I 실수와 그 계산

1 제곱근과 실수

준비 학습 12쪽

1 (1) 36 (2) 4 (3) 0.09 (4) 0.49

2 0.7, $0.\dot{5}$

01 제곱근 13~18쪽

| 생각 열기 | **1.** 25 **2.** 5

문제 1 (1) $6,\ -6$ (2) $11,\ -11$ (3) $\frac{3}{5},\ -\frac{3}{5}$ (4) $0.3,\ -0.3$

문제 2 (1) $\pm\sqrt{7}$ (2) $\pm\sqrt{13}$ (3) $\pm\sqrt{\frac{1}{3}}$ (4) $\pm\sqrt{0.2}$

문제 3 (1) 4 (2) -9 (3) $-\frac{5}{8}$ (4) 0.7

| 함께하기 | **1** ① 2 ② 2
2 ① 3 ② 9, 3

문제 4 (1) 8 (2) -14 (3) $\frac{3}{4}$ (4) -2.6

문제 5 (1) 17 (2) -9 (3) 6 (4) 2

| 생각 열기 | **1.** $\sqrt{3}$ cm, $\sqrt{5}$ cm
2. 길이가 $\sqrt{5}$ cm인 변이 길이가 $\sqrt{3}$ cm인 변보다 더 길다. 따라서 $\sqrt{3}<\sqrt{5}$이다.

문제 6 (1) $\sqrt{14}<\sqrt{20}$ (2) $4>\sqrt{15}$ (3) $\frac{2}{5}<\sqrt{\frac{1}{5}}$ (4) $-\frac{3}{4}>-\sqrt{\frac{5}{8}}$

| 생각이 크는 수학 |
잘못 말한 사람은 정호이다.
바르게 고치면

$$\sqrt{49}=\sqrt{(-7)^2}=7$$

이다.

02 무리수와 실수 19~23쪽

| 생각 열기 | **1.** <, < **2.** $1.414<\sqrt{2}<1.415$

| 생각 톡톡 | 무리수이다.

문제 1 $-\sqrt{21},\ \sqrt{2}+3$

문제 2

	$-\pi$	5	$\sqrt{7}$	$1.\dot{4}$	$-\sqrt{16}$	$2+\sqrt{2}$
자연수		○				
정수		○			○	
유리수		○		○	○	
무리수	○		○			○
실수	○	○	○	○	○	○

| 생각 열기 | **1.** $\sqrt{2}$ **2.** $\sqrt{2}$

문제 3 P: $-\sqrt{10}$, Q: $1+\sqrt{13}$

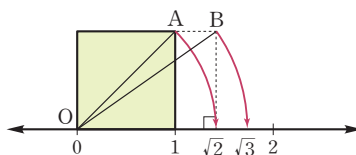
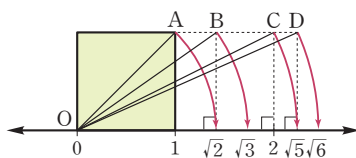
문제 4 (1) $4>1+\sqrt{6}$ (2) $2<\sqrt{11}-1$ (3) $4-\sqrt{2}>2$ (4) $3+\sqrt{3}>\sqrt{8}+\sqrt{3}$

문제 5 (1) 2.753 (2) 4.837 (3) 8.062

| 생각이 크는 수학 |

1 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{OB}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$$

이다. 따라서 컴퍼스를 사용하여 $\sqrt{3}$을 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.

2 **1**과 같은 방법으로 $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$을 각각 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.

알콩달콩 수학+ 24쪽

탐구 1 다음과 같이 $\frac{(\text{긴 변의 길이})}{(\text{짧은 변의 길이})}$를 구하면 그 값이 $\sqrt{2}$에 매우 가까운 수임을 알 수 있다.

A0: $\frac{1189}{841}=1.41379\cdots$, A1: $\frac{841}{594}=1.41582\cdots$

A2: $\frac{594}{420}=1.41428\cdots$, A3: $\frac{420}{297}=1.41414\cdots$

A4: $\frac{297}{210}=1.41428\cdots$, A5: $\frac{210}{148}=1.41891\cdots$

탐구 2 $\sqrt{2}$

탐구 3 예시 $\sqrt{2}=1.414\cdots$, $(\sqrt{2})^2=2$, $(\sqrt{2})^3=2.828\cdots$, $(\sqrt{2})^4=4$, $(\sqrt{2})^5=5.656\cdots$, $(\sqrt{2})^6=8$, $\cdots$이므로 사진기 렌즈의 바깥쪽에 적혀 있는 조리갯값(F number)인 1.4, 2, 2.8, 4, 5.6, 8, …은 각각 이들의 값을 간단히 나타낸 것이다.

스스로 확인하는 문제 25~27쪽

01 (1) 8, -8 (2) $\sqrt{17}$, $-\sqrt{17}$ (3) $\frac{4}{9}$, $-\frac{4}{9}$ (4) 1.1, -1.1

02 (1) 13 (2) -21 (3) $\frac{5}{2}$ (4) -0.1

03 $\sqrt{\frac{1}{7}}$, $-\pi$

04 (1) $<$ (2) $>$ (3) $<$ (4) $>$

05 -14

06 $\sqrt{6}$ cm

07 3

08 (1) 8 (2) -2 (3) 15 (4) $\frac{1}{5}$

09 $\sqrt{8}$

10 $a=1-\sqrt{2}$, $b=1+\sqrt{2}$

11 -2, -1, 0, 1, 2, 3

12 (1) $4<\sqrt{17}<5$이므로 $\sqrt{17}$보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4의 4개이다.

(2) $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수가 4인 경우는

$$4\le\sqrt{x}<5$$

이므로

$$16\le x<25$$

따라서 자연수 x는 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24의 9개이다.

13 $0<x<1$이므로 $x^2<x$이고, $x<\sqrt{x}$이다.

또 $0<x<1$이므로 $0<\sqrt{x}<1$이고, $1<\frac{1}{x}$이므로 $\sqrt{x}<\frac{1}{x}$이다.

따라서 주어진 수를 큰 것부터 차례대로 나열하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{x},\ \sqrt{x},\ x,\ x^2$$

2 근호를 포함한 식의 계산

준비 학습 28쪽

1 (1) -8 (2) $\frac{5}{6}$

2 (1) $7x-1$ (2) $5a-10b$

01 근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈 29~33쪽

| 생각 열기 | 1. ① 2, 3, 6 ② 36, 6

2. 같다.

문제 1 (1) $\sqrt{35}$ (2) $\sqrt{66}$ (3) $\sqrt{2}$ (4) 6

문제 2 (1) $4\sqrt{2}$ (2) $5\sqrt{3}$ (3) $6\sqrt{6}$ (4) $10\sqrt{10}$

문제 3 (1) $\sqrt{18}$ (2) $\sqrt{125}$ (3) $\sqrt{3}$ (4) $\sqrt{10}$

| 함께하기 | **1** $\frac{3}{2}$

2 $\frac{3}{2}$

3 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$과 $\sqrt{\frac{3}{2}}$은 모두 $\frac{3}{2}$의 양의 제곱근이다.

따라서 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{3}{2}}$이다.

문제 4 (1) 2 (2) $\frac{\sqrt{5}}{6}$ (3) $\sqrt{6}$ (4) $\frac{1}{2}$

| 생각 열기 | 1. $\sqrt{2}$

2. ① 2 ② $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$

문제 5 (1) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (2) $2\sqrt{3}$ (3) $\frac{5\sqrt{6}}{12}$ (4) $\frac{2\sqrt{5}}{15}$

문제 6 (1) $2\sqrt{21}$ (2) $\frac{6\sqrt{6}}{5}$

| 생각이 크는 수학 |

1 2.392

2 $572=5.72\times100$이므로

$$\sqrt{572}=\sqrt{5.72\times100}=10\sqrt{5.72}$$

따라서

$$\sqrt{572}=10\times2.392=23.92$$

3 계산기를 이용하면 $\sqrt{572}=23.916521\cdots$

소수점 아래 셋째 자리에서 반올림하면 $\sqrt{572}$의 값은 23.92이므로 **2**의 결과와 같다.

02 근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈 34~36쪽

| 생각 열기 | 1. ① $2\sqrt{2}$ cm ② $3\sqrt{2}$ cm
2. $5\sqrt{2}$ cm

| 생각 톡톡 | $\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$, $\sqrt{2+2}=\sqrt{4}=2$이므로 $\sqrt{2}+\sqrt{2}$와 $\sqrt{2+2}$는 같지 않다.

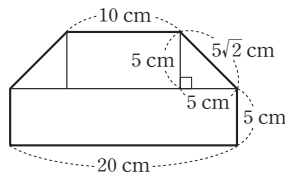
문제 1 (1) $-7\sqrt{5}$ (2) $6\sqrt{10}$ (3) $3\sqrt{13}+7\sqrt{2}$ (4) $8\sqrt{6}-6\sqrt{11}$

문제 2 (1) $8\sqrt{3}$ (2) $2\sqrt{3}$ (3) 0 (4) $\frac{11\sqrt{6}}{2}$

문제 3 (1) $4\sqrt{7}$ (2) $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ (3) $9\sqrt{2}-9$ (4) $3\sqrt{2}-\sqrt{6}$

| 생각이 크는 수학 |

오른쪽 그림은 상자를 정면에서 본 모양으로서 끈의 길이는
$10+5\sqrt{2}+5+20+5+5\sqrt{2}$
$=(40+10\sqrt{2})$ cm

측면에서 보는 모양도 같고 매듭을 매는 데 필요한 끈의 길이가 10 cm이므로, 필요한 끈의 전체 길이는
$2(40+10\sqrt{2})+10=(90+20\sqrt{2})$ cm

알콩달콩 수학+ 37쪽

탐구 1 $\sqrt{6}+1$, $\frac{6+\sqrt{6}}{6}$배

탐구 2 $\frac{3\sqrt{6}+2}{2}$, $\frac{9+\sqrt{6}}{6}$배

탐구 3 $\sqrt{14}$

스스로 확인하는 문제 38~40쪽

01 (1) $\sqrt{15}$ (2) 2 (3) $\sqrt{7}$ (4) $\sqrt{5}$

02 (1) $2\sqrt{7}$ (2) $6\sqrt{2}$ (3) $-2\sqrt{15}$ (4) $-3\sqrt{7}$

03 (1) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (2) $3\sqrt{2}$ (3) $\frac{2\sqrt{5}}{15}$ (4) $\frac{\sqrt{10}}{10}$

04 (1) $7\sqrt{6}$ (2) $-\sqrt{5}$ (3) $5\sqrt{7}-3\sqrt{10}$ (4) $7\sqrt{3}-4\sqrt{5}$

05 41

06 2, 2

07 (1) $10\sqrt{3}$ (2) $-7\sqrt{5}$ (3) $4\sqrt{2}$ (4) $-3\sqrt{6}$

08 3

09 (1) $5-5\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{15}+2\sqrt{2}$ (3) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ (4) $\frac{9\sqrt{14}}{14}$

10 $-1+5\sqrt{6}$

11 8

12 $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}\left(2+\frac{6}{\sqrt{12}}\right)$
$=4\sqrt{2}-2\times2\sqrt{6}-2\sqrt{2}-\frac{6}{\sqrt{6}}$
$=4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-2\sqrt{2}-\sqrt{6}$
$=(4-2)\sqrt{2}+(-4-1)\sqrt{6}$
$=2\sqrt{2}-5\sqrt{6}$
따라서 $a=2$, $b=-5$이므로
$a-b=2-(-5)=7$

13 (1) 주어진 직육면체의 부피는
$(\sqrt{6}+\sqrt{8})\times\sqrt{6}\times\sqrt{8}=(\sqrt{6}+\sqrt{8})\times\sqrt{48}$
$=(\sqrt{6}+\sqrt{8})\times4\sqrt{3}$
$=4\sqrt{18}+4\sqrt{24}$
$=4\times3\sqrt{2}+4\times2\sqrt{6}$
$=12\sqrt{2}+8\sqrt{6}$ (cm^3)

(2) 주어진 직육면체의 겉넓이는
$2\{\sqrt{6}\times\sqrt{8}+\sqrt{6}(\sqrt{6}+\sqrt{8})+\sqrt{8}(\sqrt{6}+\sqrt{8})\}$
$=2(\sqrt{48}+6+\sqrt{48}+\sqrt{48}+8)$
$=2(14+3\sqrt{48})$
$=28+6\sqrt{48}$
$=28+6\times4\sqrt{3}$
$=28+24\sqrt{3}$ (cm^2)

창의적 사고 & 다양한 해결 41쪽

1 (1) 정육각형의 성질에 의하여 직각삼각형 조각의 빗변의 길이는 2이고 나머지 한 변의 길이는 피타고라스 정리에 의하여 $\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$이다.
따라서 직각삼각형 한 조각의 세 변의 길이는 각각 1, $\sqrt{3}$, 2이다.

(2) 이등변삼각형 조각의 긴 변은 직각삼각형 조각의 한 변과 맞닿아 있으므로 긴 변의 길이는 $\sqrt{3}$이다. 따라

서 이등변삼각형 한 조각의 세 변의 길이는 각각 1, 1, $\sqrt{3}$이다.

2 (1) 왼쪽 직각삼각형의 빗변부터 시곗바늘이 도는 반대 방향으로 각 변의 길이를 구하여 차례대로 더하면

$$2+(\sqrt{3}-1)+1+\sqrt{3}+\sqrt{3}+1+(\sqrt{3}-1)+2$$
$$=4+4\sqrt{3}$$

(2) 위쪽 이등변삼각형 조각의 왼쪽 변부터 시곗바늘이 도는 반대 방향으로 각 변의 길이를 구하여 차례대로 더하면

$$1+\frac{\sqrt{3}}{2}+1+1+\sqrt{3}+1+1+\frac{\sqrt{3}}{2}+1$$
$$=6+2\sqrt{3}$$

3 예시

단원을 마무리하는 문제 42~45쪽

01 ① -3은 9의 음의 제곱근이다. (거짓)
② 양수 a의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$이다. (거짓)
③ $\sqrt{16}=4$이다. (거짓)
④ 0의 제곱근은 0뿐이다. (거짓)
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

02 $(\sqrt{12})^2=12$, $(-\sqrt{12})^2=12$이므로
$a=\sqrt{12}$, $b=-\sqrt{12}$
따라서 $ab=\sqrt{12}\times(-\sqrt{12})=-12$

03 ㄱ. $\left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2=\frac{3}{4}$ (거짓)
ㄴ. $(-\sqrt{19})^2=19$ (참)
ㄷ. $\sqrt{\left(-\frac{1}{5}\right)^2}=\frac{1}{5}$ (거짓)
ㄹ. $-\sqrt{(-0.3)^2}=-0.3$ (참)
따라서 옳은 것은 ④ ㄴ, ㄹ이다.

04 $\sqrt{144}-(-\sqrt{5})^2+\sqrt{(-6)^2}-(\sqrt{10})^2$
$=12-5+6-10=3$

05 ① $6=\sqrt{36}$이므로 $\sqrt{26}<6$ (거짓)
② $2=\sqrt{4}$이므로 $\sqrt{5}>2$ (거짓)
③ $4=\sqrt{16}$이므로 $\sqrt{21}>4$, $-\sqrt{21}<-4$ (거짓)
④ $3=\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{12}>3$, $-\sqrt{12}<-3$ (참)
⑤ $\sqrt{2}<\sqrt{3}$이므로 $\frac{\sqrt{2}}{5}<\frac{\sqrt{3}}{5}$ (거짓)
따라서 옳은 것은 ④이다.

06 ① $\sqrt{49}=\sqrt{7^2}=7$이므로 유리수이다.
② $\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=3$이므로 유리수이다.
④ $0.\dot{7}$은 순환소수이므로 유리수이다.
⑤ $\sqrt{\frac{25}{36}}=\sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^2}=\frac{5}{6}$이므로 유리수이다.
따라서 무리수인 것은 ③이다.

07 ① 유리수 $\frac{1}{3}$은 유한소수로 나타낼 수 없다. (거짓)
② 무한소수 0.111…은 순환소수이므로 유리수이다. (거짓)
④ $\sqrt{4}$는 근호를 사용하여 나타내었지만 $\sqrt{4}=2$이므로 유리수이다. (거짓)
⑤ 0은 유리수이다. (거짓)
따라서 옳은 것은 ③이다.

08 $3=\sqrt{9}$, $4=\sqrt{16}$이므로 $\sqrt{9}<\sqrt{a}<\sqrt{16}$을 만족시키는 자연수 a는 10, 11, 12, 13, 14, 15이다.

09 $A-B=(5\sqrt{2}-1)-(5+\sqrt{2})$
$=5\sqrt{2}-1-5-\sqrt{2}$
$=4\sqrt{2}-6=\sqrt{32}-\sqrt{36}<0$
이므로 $A<B$
$B-C=(5+\sqrt{2})-(6-\sqrt{2})$
$=5+\sqrt{2}-6+\sqrt{2}$
$=-1+2\sqrt{2}=-\sqrt{1}+\sqrt{8}>0$
이므로 $B>C$
$A-C=(5\sqrt{2}-1)-(6-\sqrt{2})$
$=5\sqrt{2}-1-6+\sqrt{2}$
$=6\sqrt{2}-7=\sqrt{72}-\sqrt{49}>0$
이므로 $A>C$
따라서 $C<A<B$
그러므로 옳은 것은 ④이다.

10 $\sqrt{12}\times\sqrt{15}\times\sqrt{35}=\sqrt{12\times15\times35}$
$=\sqrt{(2^2\times3)\times(3\times5)\times(5\times7)}$
$=\sqrt{(2\times3\times5)^2\times7}$
$=30\sqrt{7}$
따라서 $a=30$

11 $\sqrt{18}\div\sqrt{6}\times3\sqrt{3}=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}}\times3\sqrt{3}=\sqrt{3}\times3\sqrt{3}=9$
따라서 ⑤이다.

12 $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{2})\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{5-\sqrt{10}}{5}$
따라서 ④이다.

13 $\frac{5}{\sqrt{45}}=\frac{5}{3\sqrt{5}}=\frac{5\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{5\sqrt{5}}{15}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

이므로 $a=\frac{1}{3}$

$\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

이므로 $b=\frac{2}{3}$

따라서 $a+b=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=1$

그러므로 ③이다.

14 $\sqrt{3}(\sqrt{5}+4)-\sqrt{5}(\sqrt{15}-2\sqrt{3})$

$=\sqrt{15}+4\sqrt{3}-\sqrt{75}+2\sqrt{15}$

$=\sqrt{15}+4\sqrt{3}-5\sqrt{3}+2\sqrt{15}$

$=3\sqrt{15}-\sqrt{3}$

따라서 ⑤이다.

15 $\overline{AC}=\overline{PC}=\sqrt{2}$이고 점 C의 좌표가 1이므로 점 P의 좌표는 $1-\sqrt{2}$이다.

또 $\overline{BD}=\overline{BQ}=\sqrt{2}$이고 점 B의 좌표가 0이므로 점 Q의 좌표는 $\sqrt{2}$이다.

따라서 $\overline{PQ}=\sqrt{2}-(1-\sqrt{2})=2\sqrt{2}-1$

그러므로 ①이다.

16 사다리꼴 ABCD의 넓이는

$\{\sqrt{5}+(\sqrt{5}+\sqrt{6})\}\times2\sqrt{2}\times\frac{1}{2}$

$=(2\sqrt{5}+\sqrt{6})\times\sqrt{2}$

$=2\sqrt{10}+\sqrt{12}$

$=2\sqrt{10}+2\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

17 $\sqrt{24}\left(\frac{\sqrt{3}}{6}-\sqrt{6}\right)-\frac{a}{\sqrt{2}}(\sqrt{32}-2)$

$=2\sqrt{6}\left(\frac{\sqrt{3}}{6}-\sqrt{6}\right)-\frac{a}{\sqrt{2}}(4\sqrt{2}-2)$

$=\frac{\sqrt{18}}{3}-12-4a+\frac{2a}{\sqrt{2}}$

$=\sqrt{2}-12-4a+a\sqrt{2}$

$=-12-4a+(1+a)\sqrt{2}$

그런데 a가 유리수이므로 $-12-4a+(1+a)\sqrt{2}$가 유리수가 되려면 $1+a=0$이어야 한다.

따라서 $a=-1$

18 $\sqrt{\frac{240}{x}}$이 자연수가 되려면 $\frac{240}{x}$이 어떤 자연수의 제곱이어야 한다. ◀ ㉮

이때 240을 소인수분해하면

$240=2^4\times3\times5$ ◀ ㉯

이므로 x는 3×5, $2^2\times3\times5$, $2^4\times3\times5$ 중의 하나이다.

따라서 가장 작은 자연수 x는 $3\times5=15$이다. ◀ ㉰

단계	채점 기준	배점
㉮	$\sqrt{\frac{240}{x}}$이 자연수가 되기 위한 조건 알기	30 %
㉯	240을 소인수분해하기	30 %
㉰	가장 작은 자연수 x의 값 구하기	40 %

19 $xy<0$이므로 $x<0$, $y>0$ 또는 $x>0$, $y<0$이다.

그런데 $x<y$이므로 $x<0$, $y>0$이다. ◀ ㉮

제곱근의 성질에 의하여

$\sqrt{x^2}=-x$, $(-\sqrt{y})^2=y$ ◀ ㉯

이므로

$\sqrt{x^2}-\sqrt{(-2x)^2}+(-\sqrt{y})^2$

$=\sqrt{x^2}-\sqrt{4x^2}+(-\sqrt{y})^2$

$=-x-2\times(-x)+y$

$=-x+2x+y$

$=x+y$ ◀ ㉰

단계	채점 기준	배점
㉮	x와 y의 부호 이해하기	30 %
㉯	$\sqrt{x^2}=-x$, $(-\sqrt{y})^2=y$임을 이해하기	40 %
㉰	주어진 식을 간단히 하기	30 %

20 $\sqrt{6000}=\sqrt{100\times60}=10\sqrt{60}$이므로

$A=10$ ◀ ㉮

$\frac{\sqrt{0.6}}{\sqrt{60}}=\sqrt{\frac{0.6}{60}}=\sqrt{\frac{1}{100}}=\frac{1}{10}$이므로

$B=\frac{1}{10}$ ◀ ㉯

따라서 $AB=10\times\frac{1}{10}=1$ ◀ ㉰

단계	채점 기준	배점
㉮	A의 값 구하기	40 %
㉯	B의 값 구하기	40 %
㉰	AB의 값 구하기	20 %

21 넓이가 5 cm^2, 45 cm^2, 125 cm^2인 세 정사각형의 한 변의 길이는 각각

$\sqrt{5}\text{ cm}$, $3\sqrt{5}\text{ cm}$, $5\sqrt{5}\text{ cm}$ ◀ ㉮

따라서 새로 만들어진 도형의 둘레의 길이는

$2(\sqrt{5}+3\sqrt{5}+5\sqrt{5})+2\times5\sqrt{5}$

$=18\sqrt{5}+10\sqrt{5}$

$=28\sqrt{5}\ (\text{cm})$ ◀ ㉯

단계	채점 기준	배점
㉮	세 정사각형의 한 변의 길이 각각 구하기	40 %
㉯	새로 만들어진 도형의 둘레의 길이 구하기	60 %

Ⅱ 이차방정식

1 다항식의 곱셈과 인수분해

준비 학습 50쪽

1 (1) 2×3^2 (2) $2^2\times3\times5$
(3) $3\times5\times7$ (4) 2^8

2 (1) a^2+3a (2) $-5x^2+20x$
(3) $3a^2-6ab$ (4) $-8xy-2y^2$

01 다항식의 곱셈과 곱셈 공식 51~57쪽

| 생각 열기 | 1. $(a+b)(c+d)$
2. $ac+ad+bc+bd$

문제 1 (1) $ab+3a+4b+12$ (2) $xy+x-2y-2$
(3) $2ab-14a+b-7$ (4) $15xy-6x-5y+2$

문제 2 (1) $a^2+10a+24$ (2) $5x^2+8x-4$
(3) $3a^2-14ab-5b^2$ (4) $4x^2-11xy+6y^2$

| 생각 톡톡 | 같다.

문제 3 (1) $a^2+10a+25$ (2) $49x^2-28x+4$
(3) $9a^2+24ab+16b^2$ (4) $x^2-12xy+36y^2$

문제 4 (1) 11025 (2) $3-2\sqrt{2}$

문제 5 (1) a^2-16 (2) $9x^2-1$
(3) $4a^2-b^2$ (4) $16x^2-9y^2$

문제 6 (1) 89996 (2) 1

문제 7 (1) $\dfrac{3+\sqrt{5}}{4}$ (2) $\sqrt{5}-\sqrt{3}$
(3) $8+3\sqrt{7}$ (4) $2-\sqrt{3}$

문제 8 (1) $x=-2+\sqrt{5}$, $y=-2-\sqrt{5}$
(2) 18

문제 9 (1) x^2+3x+2 (2) $x^2-6x-27$
(3) x^2+x-30 (4) $x^2-11x+28$

문제 10 (1) $3x^2+5x+2$ (2) $10x^2-13x-3$
(3) $4x^2+7x-15$ (4) $15x^2-26x+8$

| 생각이 크는 수학 |

- 건호: $x-5$를 제곱해야 하는데 x와 5 각각의 제곱의 차로 잘못 계산했다.
- 유나: 곱셈 공식 (1)을 이용하여 식을 전개하는 과정에서 상수항의 부호를 착각했다.

따라서 $(x-5)^2$을 바르게 전개하면 다음과 같다.

$$(x-5)^2=x^2-2\times x\times5+5^2$$
$$=x^2-10x+25$$

알콩달콩 수학+ 58쪽

탐구 1 주어진 그림에서 색칠한 정사각형의 넓이는 $(a-b)^2$이고, 이것은 큰 정사각형의 넓이 a^2에서 나머지 3개의 사각형의 넓이를 뺀 것과 같으므로 다음이 성립한다.

$$(a-b)^2=a^2-2b(a-b)-b^2$$
$$=a^2-2ab+2b^2-b^2$$
$$=a^2-2ab+b^2$$

탐구 2 주어진 그림은 두 밑면의 길이가 각각 a, b이고 높이가 $(a-b)$인 사다리꼴 2개를 서로 맞붙여 만든 것이다.
왼쪽 그림에서 색칠한 직사각형의 넓이는 $(a+b)(a-b)$이고, 오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 넓이는 한 변의 길이가 a인 정사각형의 넓이에서 한 변의 길이가 b인 정사각형의 넓이를 뺀 것과 같으므로 그 넓이는 a^2-b^2이다.
따라서 왼쪽과 오른쪽의 도형의 넓이는 같다.
즉, 다음이 성립한다.

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

02 인수분해 59~66쪽

| 생각 열기 | 1. x^2+3x+2
2. $(x+1)(x+2)$

문제 1 (1) a^2+ab (2) x^2-4x-5

문제 2 (1) $a(2a+1)$ (2) $x(x-7)$
(3) $ab(b+4)$ (4) $2xy(3x-y)$

| 생각 열기 | 1. $(a+3)^2=a^2+6a+9$,
$(b-5)^2=b^2-10b+25$
2. $a^2+6a+9=(a+3)^2$,
$b^2-10b+25=(b-5)^2$

문제 3 (1) $(a-1)^2$ (2) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$

(3) $(5a-b)^2$ (4) $(x+3y)^2$

문제 4 (1) 36 (2) 49

(3) ±10 (4) ±12

문제 5 (1) $(a+7)(a-7)$ (2) $(x+8)(x-8)$

(3) $(a+6b)(a-6b)$ (4) $(3x+4y)(3x-4y)$

문제 6 (1) 800 (2) 0.7

| 생각 열기 | 1.

곱이 4인 두 정수	두 정수의 합
$-1,\ -4$	-5
$1,\ \ 4$	5
$-2,\ -2$	-4
$2,\ \ 2$	4

2\. -1과 -4

문제 7 (1) $(x+3)(x+5)$ (2) $(x-2)(x-10)$

(3) $(x-4)(x+7)$ (4) $(x-7)(x+2)$

| 함께하기 | **1** ❶ 5 ❷ $-1,\ -3,\ -5$

❸ 1, 1, 7 ❹ $-2,\ -6,\ -7$

2 $a=1,\ b=2,\ c=3,\ d=1$

문제 8 (1) $(x+3)(2x+3)$ (2) $(x-1)(5x-2)$

(3) $(x+2)(3x-5)$ (4) $(2x+1)(3x-7)$

| 생각이 크는 수학 |

예시 자연수 15를 소인수분해하면 3×5이고, 거꾸로 3×5를 계산하면 15가 된다.

15 ⇄ 3×5 (소인수분해 → / ← 곱셈)

알콩달콩 수학+ 67쪽

탐구 1 예시 방법 3 x^2+4x+1을 완전제곱식을 이용하여 변형하면

$$x^2+4x+1=(x^2+4x+4)-3$$
$$=(x+2)^2-3$$

$x=\sqrt{5}-2$에서 $x+2=\sqrt{5}$이므로

$$x^2+4x+1=(\sqrt{5})^2-3$$
$$=2$$

탐구 2 예시 방법 2 주어진 식을 인수분해하면

$$x^2-y^2=(x+y)(x-y)$$

$x=\sqrt{5}+2,\ y=\sqrt{5}-2$를 대입하여 정리하면

$$(x+y)(x-y)$$
$$=\{(\sqrt{5}+2)+(\sqrt{5}-2)\}\{(\sqrt{5}+2)-(\sqrt{5}-2)\}$$
$$=2\sqrt{5}\times4$$
$$=8\sqrt{5}$$

따라서 $x^2-y^2=8\sqrt{5}$

스스로 확인하는 문제 68~70쪽

01 (1) $ab-7a+3b-21$ (2) $4a^2+4ab+b^2$

(3) $1-6a+9a^2$ (4) a^2-16b^2

(5) $x^2-2x-48$ (6) $2x^2+7x-15$

02 $a+5b$

03 (1) $a(b+c-3)$ (2) $(3a+1)^2$

(3) $\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2$ (4) $(4x+1)(4x-1)$

(5) $(x-3)(x-4)$ (6) $(x+1)(3x-4)$

04 (1) 4 (2) 64 (3) ±2 (4) ±28

05 (1) $8x$ (2) $5x^2-12x+8$

(3) $8x^2+5x-5$ (4) $4x^2+24x-3$

06 $2\sqrt{10}$

07 $\frac{9}{2},\ -\frac{11}{2}$

08 3468

09 • 정연: x^2+4x-5를 인수분해하려면 곱이 4, 합이 -5인 두 수가 아니라 합이 4, 곱이 -5인 두 수를 구해야 한다. 합이 4이고 곱이 -5인 두 수는 -1과 5이다.

따라서 $x^2+4x-5=(x-1)(x+5)$

• 철희: $2x^2+3x-5$를 인수분해할 때 다음과 같이 해야 한다.

1	╳	-1 →	-2
2		5 →	5
			3

따라서 $2x^2+3x-5=(x-1)(2x+5)$

10 $4x+1$

11 (1) 두 정사각형의 둘레의 길이의 합이 40이므로

$$4x+4y=40$$

(2) 두 정사각형의 넓이의 합이 52이므로

$x^2+y^2=52$ ⋯⋯ ㉠

(3) (1)에서 $4x+4y=40$, 즉 $x+y=10$ ⋯⋯ ㉡

$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$에 ㉠, ㉡을 대입하면

$10^2=52+2xy$, $xy=24$

이때 둘레의 길이의 곱은 $4x\times 4y=16xy$이므로

$16xy=16\times 24=384$

따라서 두 정사각형의 둘레의 길이의 곱은 384이다.

12 구하는 넓이를 식으로 나타내면

$(19.5^2\pi-4.5^2\pi)$ m^2, 즉 $(19.5^2-4.5^2)\pi$ m^2

이 식을 인수분해 공식 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$를 이용하여 변형하면

$(19.5^2-4.5^2)\pi=(19.5+4.5)(19.5-4.5)\pi$

$=(24\times 15)\pi=360\pi\,(\mathrm{m}^2)$

따라서 분수대를 제외한 잔디 광장의 넓이는 360π m^{2}이다.

2 이차방정식

준비 학습 71쪽

1 (1) $x=3$ (2) $x=5$

2 (1) $\sqrt{3}$, $-\sqrt{3}$ (2) 2, -2

(3) 3, -3 (4) $2\sqrt{3}$, $-2\sqrt{3}$

01 이차방정식과 그 해 72~73쪽

| 생각 열기 | $\dfrac{x(x-1)}{2}=6$

문제 1 (1), (3)

| 함께하기 | **1**

x의 값	좌변의 값	우변의 값	방정식의 참/거짓
-1	$(-1)^2-(-1)-2=0$	0	참
0	$0^2-0-2=-2$	0	거짓
1	$1^2-1-2=-2$	0	거짓
2	$2^2-2-2=0$	0	참

2 -1과 2

문제 2 (1) $x=-1$ 또는 $x=1$

(2) $x=-2$ 또는 $x=-1$

02 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이 74~76쪽

| 생각 열기 | ①, ②, ③

문제 1 (1) $x=0$ 또는 $x=-6$

(2) $x=-\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=\dfrac{3}{5}$

문제 2 (1) $x=-2$ 또는 $x=2$

(2) $x=3$ 또는 $x=5$

(3) $x=1$ 또는 $x=-\dfrac{2}{3}$

(4) $x=\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=-\dfrac{5}{3}$

문제 3 (1) $x=3$ 또는 $x=4$

(2) $x=0$ 또는 $x=-\dfrac{17}{5}$

(3) $x=-1$ 또는 $x=4$

(4) $x=-2$ 또는 $x=\dfrac{5}{2}$

| 생각 톡톡 | $x=0$

문제 4 (1) $x=2$ (2) $x=-3$

(3) $x=-\dfrac{5}{2}$ (4) $x=4$

03 근의 공식 77~82쪽

| 생각 열기 | **1.** $x^2=5$

2. $x=\sqrt{5}$ 또는 $x=-\sqrt{5}$

문제 1 (1) $x=\pm 2\sqrt{5}$ (2) $x=\pm\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

문제 2 (1) $x=3$ 또는 $x=-5$ (2) $x=2\pm\sqrt{6}$

문제 3 (1) $x=-1\pm\sqrt{6}$ (2) $x=\dfrac{2\pm\sqrt{10}}{3}$

| 함께하기 | $\dfrac{b}{2a}$, $\dfrac{b}{2a}$, $\dfrac{b}{2a}$, $4ac$, $\dfrac{b}{2a}$, $4ac$, $4ac$, $-b$, $4ac$

문제 4 (1) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$ (2) $x=\dfrac{-2\pm\sqrt{6}}{2}$

(3) $x=3$ 또는 $x=\dfrac{1}{3}$ (4) $x=\dfrac{3\pm\sqrt{19}}{2}$

문제 5 (1) • 정훈: 좌변을 인수분해하면

$(4x-5)(x+2)=0$

$4x-5=0$ 또는 $x+2=0$

따라서 $x=\dfrac{5}{4}$ 또는 $x=-2$

• 지혜: $4x^2+3x-10=0$을
$(x-p)^2=q$ (단, $q>0$)의 꼴로 만들면

$$\left(x+\frac{3}{8}\right)^2=\frac{169}{64}$$

$$x+\frac{3}{8}=\pm\sqrt{\frac{169}{64}}=\pm\frac{13}{8}$$

$$x=-\frac{3}{8}\pm\frac{13}{8}$$

따라서 $x=\frac{5}{4}$ 또는 $x=-2$

• 종석: 근의 공식에 $a=4$, $b=3$, $c=-10$을 대입하면

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times4\times(-10)}}{2\times4}$$

$$=\frac{-3\pm13}{8}$$

따라서 $x=\frac{5}{4}$ 또는 $x=-2$

(2) 예시 인수분해가 되는 경우에는 인수분해를 이용한 풀이가 편리하다.

| 함께하기 | **1** 처음 종이의 세로의 길이
2 $3(x-6)(x-2)=288$
3 $x=14$, 즉 14 cm
4 처음 종이의 길이가 14 cm이면 가로의 길이는 18 cm이고 상자의 부피는
$3\times12\times8=288\ (\text{cm}^3)$이므로 구한 답이 문제의 뜻에 맞는다.

문제 6 4월 12일, 4월 19일

| 생각이 크는 수학 |
두 정사각형의 한 변의 길이는 각각 12, 18이다.

알콩달콩 수학+ 83쪽

탐구 (1) □ABCD와 □DEFC가 서로 닮은 도형이므로 $\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{AD}:\overline{DC}$
이다. 이때 $\overline{DE}=x$라고 하면

$$1:x=(1+x):1,\quad x(1+x)=1$$

$$x^2+x-1=0$$

근의 공식에 $a=1$, $b=1$, $c=-1$을 대입하면

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}$$

$$=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$$

그런데 $x>0$이므로 $x=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

따라서 $\overline{DE}$의 길이는 $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$이다.

(2) $\overline{AD}=\overline{AE}+\overline{DE}=1+\frac{-1+\sqrt{5}}{2}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

(3) 황금 사각형의 긴 변과 짧은 변의 길이의 비에서 황금비가 나타난다.

스스로 확인하는 문제 84~86쪽

01 ㄱ, ㄹ

02 (1) $x=0$ 또는 $x=-5$ (2) $x=-1$ 또는 $x=-5$
(3) $x=\frac{1}{3}$ (4) $x=-2$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

03 (1) $x=\pm\frac{7}{2}$ (2) $x=-1\pm\sqrt{5}$
(3) $x=3\pm2\sqrt{5}$ (4) $x=\frac{2\pm2\sqrt{3}}{3}$

04 (1) $x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$ (2) $x=\frac{-5\pm\sqrt{33}}{2}$
(3) $x=\frac{2\pm\sqrt{10}}{2}$ (4) $x=\frac{5\pm\sqrt{10}}{3}$

05 $a=5$, $x=-3$

06 $p=20$, $x=-\frac{5}{2}$

07 15

08 (1) $x=-2$ 또는 $x=4$ (2) $x=\frac{1}{2}$
(3) $x=\frac{-1\pm\sqrt{33}}{4}$ (4) $x=\frac{1}{4}$ 또는 $x=1$

09 $a=3$, $b=-10$

10 $-\frac{4}{5}$

11 6 cm

12 (1) 이차방정식 $x^2+4x+a+3=0$에서 근의 공식에 의하여

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times1\times(a+3)}}{2\times1}$$

$$=\frac{-4\pm\sqrt{4-4a}}{2}$$

$$=-2\pm\sqrt{1-a}$$

따라서 $-2\pm\sqrt{1-a}$가 유리수가 되려면 근호 안의 수, 즉 $1-a$의 값이 0 또는 자연수의 제곱이어야 한다.
(2) 근호 안의 수는 0 이상이므로 $1-a\geq0$, $a\leq1$
$a\leq1$을 만족시키는 자연수 a 중에서 $1-a$의 값이 0 또는 자연수의 제곱이 되게 하는 것은 1뿐이다.

$x^2+4x+a+3=0$에 $a=1$을 대입하면

$$x^2+4x+4=0$$

$$(x+2)^2=0,\quad x=-2$$

따라서 $\quad a=1,\ x=-2$

13 x초 후의 가로의 길이는 $(20-x)$cm, 세로의 길이는 $(12+2x)$cm이고, 처음 직사각형의 넓이와 같아야 하므로

$$(20-x)(12+2x)=20\times12,\quad 2x^2-28x=0$$

$2x(x-14)=0$에서 $\quad x=0$ 또는 $x=14$

그런데 $x>0$이므로 $\quad x=14$

따라서 14초 후에 처음 직사각형과 넓이가 같아진다.

확인 14초 후의 직사각형의 가로의 길이는 $20-14=6$(cm)이고, 세로의 길이는 $12+2\times14=40$(cm)이므로 넓이는 $6\times40=240$(cm^2)이다.
따라서 처음 직사각형의 넓이와 같으므로, 구한 답이 문제의 뜻에 맞는다.

창의적 사고 & 다양한 해결 87쪽

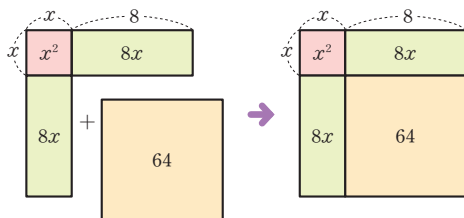
1 ❶ $10,\ x+10,\ x,\ 5,\ 5$

❷ 25

❸ $25,\ 64,\ 8,\ 3$

2 $x^2+16x-57=0$의 상수항을 우변으로 이항하면

$$x^2+16x=57$$

$x^2+16x=x(x+16)$이므로 가로의 길이가 각각 x, 8, 8이고 세로의 길이가 x인 3개의 직사각형을 다음 그림과 같이 배열하고, 전체가 정사각형이 되도록 넓이가 64인 정사각형을 추가한다.

새로 만든 정사각형의 넓이는 $57+64=121$이다. 이때 새로 만든 정사각형의 한 변의 길이는 11이므로 $x+8=11$이다. 따라서 $x=3$이다.

단원을 마무리하는 문제 88~91쪽

01 $(2x-a)(3x+5)=6x^2+(10-3a)x-5a$

이 식이 $6x^2+bx-10$과 같으므로

$$-5a=-10,\quad a=2$$

$$b=10-3a,\quad b=10-3\times2=4$$

따라서 $\quad a-b=2-4=-2$

그러므로 ②이다.

02 $\quad (x+7)(x-1)-3(x+2)(x-2)$

$=x^2+6x-7-3(x^2-4)$

$=x^2+6x-7-3x^2+12$

$=-2x^2+6x+5$

따라서 ②이다.

03 $\quad (5x+y)^2-(2x+y)(2x-y)$

$=25x^2+10xy+y^2-(4x^2-y^2)$

$=21x^2+10xy+2y^2$

이때 x^2의 계수는 21, y^2의 계수는 2이므로

$$a=21,\ b=2$$

따라서 $\quad a+b=21+2=23$

04 $(x^2+1)(x+1)(x-1)=(x^2+1)(x^2-1)=x^4-1$

따라서 □ 안에 알맞은 수는 4이다.

그러므로 ③이다.

05 $2x^2+x-3=(x-1)(2x+3)$

따라서 다항식 $2x^2+x-3$의 인수는 ①, ④이다.

06 $9x^2-1$을 인수분해하면

$$9x^2-1=(3x+1)(3x-1)$$

$3x(x+2)-(x+2)$를 인수분해하면

$$3x(x+2)-(x+2)=(x+2)(3x-1)$$

따라서 두 다항식에 공통으로 들어 있는 인수는 ④ $3x-1$이다.

07 두 수 a와 b의 곱은 -6, 합은 p이다.

곱이 -6인 두 정수 a, b의 순서쌍은

$$(1,\ -6),\ (2,\ -3),\ (3,\ -2),\ (6,\ -1)$$

$$(-1,\ 6),\ (-2,\ 3),\ (-3,\ 2),\ (-6,\ 1)$$

이므로 수 p가 될 수 있는 값은 $-5,\ -1,\ 1,\ 5$이다.

따라서 수 p의 최솟값은 -5이다.

08 10개의 직사각형의 넓이의 합은 $\quad x^2+5x+4$

이 식을 인수분해하면 $\quad (x+1)(x+4)$

따라서 하나의 새로운 직사각형은 두 변의 길이가 각각 $x+1$, $x+4$이므로 둘레의 길이는

$$2(x+1)+2(x+4)=4x+10$$

그러므로 ④이다.

09 ㄱ. $(x+5)(2x-1)$은 다항식이므로 이차방정식이 아니다.

ㄴ. $(2x+1)^2=0$에서 $4x^2+4x+1=0$이므로 이차방정식이다.

ㄷ. $x(3+x)=5+x^2$의 괄호를 풀어 정리하면 $3x-5=0$이므로 이차방정식이 아니다.

ㄹ. $x^2-6=5x$를 정리하면 $x^2-5x-6=0$이므로 이차방정식이다.

따라서 이차방정식인 것은 ⑤ ㄴ, ㄹ이다.

10 좌변을 인수분해하면 $(x+1)(x-5)=0$이므로

$x+1=0$ 또는 $x-5=0$

따라서 $x=-1$ 또는 $x=5$

그러므로 ③이다.

11 이차방정식이 중근을 가지려면 (완전제곱식)$=0$의 꼴이어야 한다.

① $x^2=1$은 (완전제곱식)$=0$의 꼴이 아니다.

② $(x-3)^2=0$은 (완전제곱식)$=0$의 꼴이다.

③ 좌변을 인수분해하면 $(x+1)^2=0$이므로 (완전제곱식)$=0$의 꼴이다.

④ $(x+1)^2=9$는 (완전제곱식)$=0$의 꼴이 아니다.

⑤ $x^2+4x=4$를 변형하면 $(x+2)^2=8$이므로 (완전제곱식)$=0$의 꼴이 아니다.

따라서 중근을 갖는 것은 ②, ③이다.

12 이차방정식 $x^2-6x+2k-1=0$이 중근을 가지려면 좌변이 완전제곱식의 꼴이어야 한다. 즉, 일차항의 계수의 $\frac{1}{2}$을 제곱한 값이 상수항과 같아야 하므로

$$\left(-\frac{6}{2}\right)^2=2k-1, \quad 2k=10$$

따라서 $k=5$

13 좌변의 -1을 우변으로 이항하면

$x^2+x=1$

양변에 $\frac{1}{4}$을 각각 더하면

$$x^2+x+\frac{1}{4}=1+\frac{1}{4}$$

좌변을 완전제곱식으로 고치면

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$$

따라서 $p=\frac{1}{2}$, $q=\frac{5}{4}$

그러므로 ④이다.

14 이차방정식 $2x^2-9x+a=0$에 $x=2$를 대입하면

$2\times2^2-9\times2+a=0$

$a-10=0$, $a=10$

이차방정식 $2x^2-9x+10=0$의 좌변을 인수분해하면

$(x-2)(2x-5)=0$

따라서 $x=2$ 또는 $x=\frac{5}{2}$

즉, 나머지 한 근은 $\frac{5}{2}$이다.

그러므로 ④이다.

15 해가 $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$이고 이차항의 계수가 1인 이차방정식은

$$\left(x+\frac{1}{3}\right)(x-2)=0$$

좌변을 전개하면 $x^2-\frac{5}{3}x-\frac{2}{3}=0$

양변에 3을 곱하면 $3x^2-5x-2=0$

이 식이 $3x^2+ax+b=0$과 같으므로

$a=-5$, $b=-2$

따라서 $a+b=-5+(-2)=-7$

그러므로 ②이다.

16 근의 공식에 $a=2$, $b=3$, $c=k$를 대입하면

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times k}}{2\times2}=\frac{-3\pm\sqrt{9-8k}}{4}$$

$\frac{-3\pm\sqrt{9-8k}}{4}=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$이므로

$9-8k=17$

따라서 $k=-1$

17 ① 색칠한 부분의 가로의 길이는

$(60-2x)$ cm

② 색칠한 부분의 세로의 길이는 x cm이다.

③ 색칠한 부분의 둘레의 길이는

$2(60-2x)+2x=120-2x$ (cm)

④ 색칠한 부분의 세로의 길이는 x cm이므로 넓이는

$x(60-2x)=60x-2x^2$ (cm^2)

⑤ 색칠한 부분의 넓이가 400 cm^2이므로 이차방정식을 세우면 $60x-2x^2=400$

우변의 400을 좌변으로 이항하여 정리하면

$x^2-30x+200=0$

좌변을 인수분해하면 $(x-10)(x-20)=0$

따라서 $x=10$ 또는 $x=20$

그러므로 옳은 것은 ③, ⑤이다.

18 $\overline{AE}=\overline{AB}=y$이므로 $\overline{ED}=x-y$이다.

(□ABCD의 넓이)$=xy$ ◀ ㉮

(△ABE의 넓이)$=\frac{1}{2}\times y\times y=\frac{1}{2}y^2$ ◀ ㉯

(△DEH의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(x-y)\times(x-y)$

$=\frac{1}{2}(x^2-2xy+y^2)$ ◀ ㉰

따라서

(□EBCH의 넓이)

=(□ABCD의 넓이)−(△ABE의 넓이)−(△DEH의 넓이)

$=xy-\frac{1}{2}y^2-\frac{1}{2}(x^2-2xy+y^2)$

$=2xy-\frac{1}{2}x^2-y^2$ ◀ ㉱

단계	채점 기준	배점
㉮	□ABCD의 넓이 구하기	10 %
㉯	△ABE의 넓이 구하기	30 %
㉰	△DEH의 넓이 구하기	30 %
㉱	□EBCH의 넓이 구하기	30 %

19 $\sqrt{x^2+6x+9}-\sqrt{x^2-8x+16}$

$=\sqrt{(x+3)^2}-\sqrt{(x-4)^2}$ ◀ ㉮

$-3<x<4$이므로 $x+3>0$, $x-4<0$

따라서 $\sqrt{(x+3)^2}=x+3$, $\sqrt{(x-4)^2}=-x+4$이므로 ◀ ㉯

(주어진 식)$=\sqrt{(x+3)^2}-\sqrt{(x-4)^2}$

$=(x+3)-(-x+4)$

$=x+3+x-4$

$=2x-1$ ◀ ㉰

단계	채점 기준	배점
㉮	근호 안의 식을 각각 완전제곱식으로 나타내기	30 %
㉯	$\sqrt{(x+3)^2}=x+3$, $\sqrt{(x-4)^2}=-x+4$임을 알기	40 %
㉰	답 구하기	30 %

20 이차방정식 $x^2-3x+a-1=0$에서 근의 공식에 $a=1$, $b=-3$, $c=a-1$을 대입하면

$x=\frac{3\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(a-1)}}{2\times1}$

$=\frac{3\pm\sqrt{13-4a}}{2}$ ◀ ㉮

이때 $\frac{3\pm\sqrt{13-4a}}{2}$가 유리수가 되려면 $13-4a$의 값이 0 또는 자연수의 제곱이어야 한다. ◀ ㉯

$13-4a=0$에서 $a=\frac{13}{4}$

$13-4a=1$에서 $a=3$

$13-4a=4$에서 $a=\frac{9}{4}$

$13-4a=9$에서 $a=1$

따라서 자연수 a는 1, 3이다. ◀ ㉰

단계	채점 기준	배점
㉮	근의 공식을 이용하여 이차방정식의 해 구하기	40 %
㉯	유리수가 되려면 근호 안의 수가 0 또는 제곱수임을 알기	40 %
㉰	자연수 a의 값 모두 구하기	20 %

21 연속하는 두 짝수 중에서 작은 수를 x라고 하면 큰 수는 $x+2$이다.

두 수의 곱이 224이므로 이차방정식을 세우면

$x(x+2)=224$ ◀ ㉮

괄호를 풀면 $x^2+2x=224$

우변의 224를 좌변으로 이항하면

$x^2+2x-224=0$

좌변을 인수분해하면

$(x+16)(x-14)=0$

따라서 $x=-16$ 또는 $x=14$ ◀ ㉯

그런데 x는 자연수이므로

$x=14$

따라서 구하는 두 수는 14, 16이다. ◀ ㉰

확인 14와 16은 연속하는 두 짝수이고 두 수의 곱은 $14\times16=224$이므로, 구한 해가 문제의 뜻에 맞는다. ◀ ㉱

단계	채점 기준	배점
㉮	이차방정식 세우기	20 %
㉯	이차방정식 풀기	40 %
㉰	답 구하기	30 %
㉱	구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인하기	10 %

Ⅲ 이차함수

1 이차함수와 그 그래프

준비 학습 96쪽

1 $x(x-1)$, $(x+3)(x-3)$

2 (1) -2　　　　(2) -5

01 이차함수 97~98쪽

| 생각 열기 | 1. $y=x^2+2x$

2. 함수이다.

문제 1 (2), (3)

문제 2 (1) $y=2\pi x$

(2) $y=6x^2$, 이차함수

(3) $y=3x$

(4) $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x$, 이차함수

문제 3 (1) 1　　(2) -1　　(3) 7

| 생각이 크는 수학 |

대화에서 잘못 말한 사람은 지훈이다.

[그림 2]에서 y를 x에 대한 식으로 나타내면

$$y=(x+1)^2-x^2=2x+1$$

이므로 y는 x에 대한 이차함수가 아니기 때문이다.

알콩달콩 수학+ 99쪽

탐구 1 $f(x)=x^2+x+41=x(x+1)+41$이므로

$$\begin{aligned} f(40)&=40\times41+41\\ &=41(40+1)\\ &=41^2 \end{aligned}$$

따라서 $f(40)$은 소수가 아니다.

탐구 2 $g(x)=x^2+x+17=x(x+1)+17$이므로

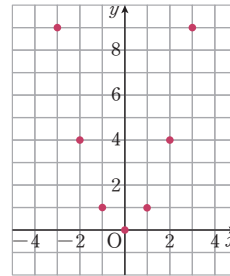
$$\begin{aligned} g(17)&=17\times18+17\\ &=17(18+1)\\ &=17\times19 \end{aligned}$$

따라서 $g(17)$은 소수가 아니다. 즉, 합성수이다.

02 이차함수 $y=ax^2$의 그래프 100~106쪽

| 생각 열기 | 1.

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
y	$\cdots$	9	4	1	0	1	4	9	$\cdots$

2.

문제 1 모든 실수 x에 대하여 $x^2\geq0$이므로 이차함수 $y=x^2$에서 $y\geq0$이다. 따라서 이차함수 $y=x^2$의 그래프는 x축보다 아래쪽에 나타나지 않는다.

| 함께하기 | 1

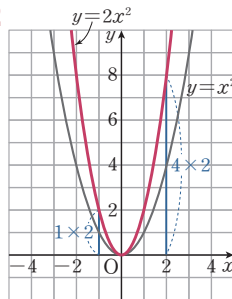
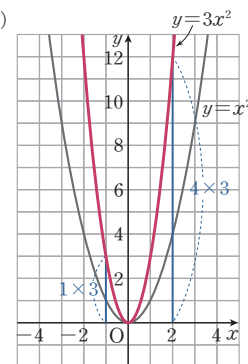
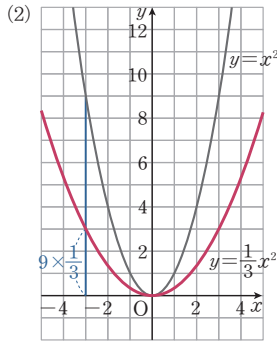
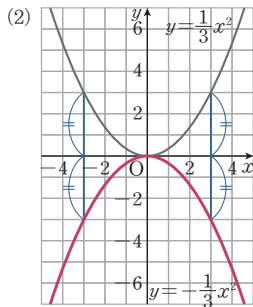
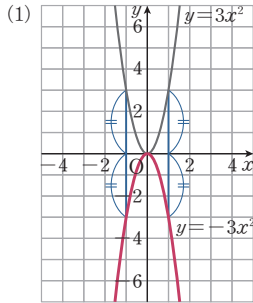
x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
x^2	$\cdots$	9	4	1	0	1	4	9	$\cdots$
$2x^2$	$\cdots$	18	8	2	0	2	8	18	$\cdots$

2

문제 2 (1)

(2)

문제 3 (1)

(2)

| 생각 열기 | 예시 • $y=ax^2$의 그래프는 모두 원점을 지나고 y축에 대칭인 곡선이다.
- $a>0$이면 아래로 볼록하고 $a<0$이면 위로 볼록하다.
- a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
- $y=-ax^2$의 그래프는 $y=ax^2$의 그래프와 x축에 대칭이다.

문제 4 (1) ㄱ, ㄹ, ㅂ (2) ㄴ과 ㄹ (3) ㄷ

공학적 도구 활용하기 107쪽

탐구 $a>0$일 때와 $a<0$일 때, a의 절댓값이 커지면 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 폭이 점점 좁아지면서 y축에 가까워짐을 알 수 있다.

스스로 확인하는 문제 108~109쪽

01 (1), (3)

02 (1) ㄷ, ㄹ, ㅂ (2) ㄱ과 ㅂ, ㄷ과 ㅁ (3) ㄴ

03 ㄴ, ㄹ

04 $-3<a<-\frac{1}{2}$

05 -8

06 (1) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(3, -4)$를 지나므로 $y=ax^2$에 $x=3$, $y=-4$를 대입하면

$$-4=9a, \quad a=-\frac{4}{9}$$

(2) 이차함수 $y=-\frac{4}{9}x^2$의 그래프가 점 $(m, -8)$을 지나므로 $y=-\frac{4}{9}x^2$에 $x=m$, $y=-8$을 대입하면

$$-8=-\frac{4}{9}m^2, \quad m^2=18$$

따라서 $m=\pm3\sqrt{2}$

07 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(-2, 1)$을 지나므로 $y=ax^2$에 $x=-2$, $y=1$을 대입하면

$$1=a\times(-2)^2, \quad a=\frac{1}{4}$$

또 이차함수 $y=bx^2$의 그래프가 이차함수 $y=ax^2$의 그래프와 x축에 대칭이므로

$$b=-\frac{1}{4}$$

따라서 $a-b=\frac{1}{4}-\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2}$

2 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

준비 학습 110쪽

1 (1) 3 (2) -5

2 (1) 4 (2) ±10

01 이차함수 $y=(x-p)^2+q$의 그래프 111~117쪽

| 생각 열기 | 1.

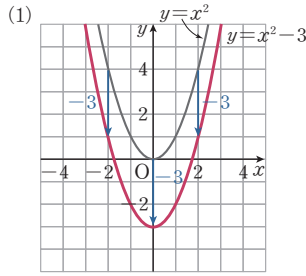
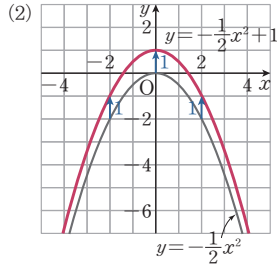
x	⋯	−3	−2	−1	0	1	2	3	⋯
x^2	⋯	9	4	1	0	1	4	9	⋯
x^2+3	⋯	12	7	4	3	4	7	12	⋯

2. 이차함수 $y=x^2+3$의 함숫값은 $y=x^2$의 함숫값보다 항상 3만큼 크다.

문제 1 (1) 5 (2) -1

문제 2 (1)

축의 방정식: $x=0$,
꼭짓점의 좌표: $(0,\ -3)$

(2)

축의 방정식: $x=0$,
꼭짓점의 좌표: $(0,\ 1)$

| 생각 열기 | 1.

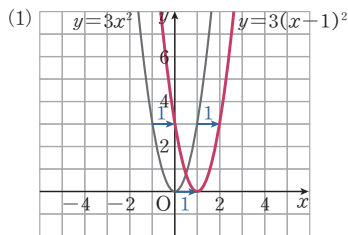
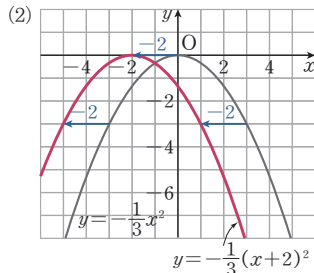
x	⋯	-3	-2	-1	0	1	2	3	⋯
x^2	⋯	9	4	1	0	1	4	9	⋯
$(x-2)^2$	⋯	25	16	9	4	1	0	1	⋯

2. $y=(x-2)^2$에서의 x의 값은 $y=x^2$에서의 x의 값보다 2만큼 크다.

문제 3 (1) 4 (2) -5

문제 4 (1)

축의 방정식: $x=1$,
꼭짓점의 좌표: $(1,\ 0)$

(2)

축의 방정식: $x=-2$,
꼭짓점의 좌표: $(-2,\ 0)$

| 생각 열기 | 1. ①의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동하면 ②의 그래프와 같아진다.

2. ②의 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동하면 ③의 그래프와 같아진다.

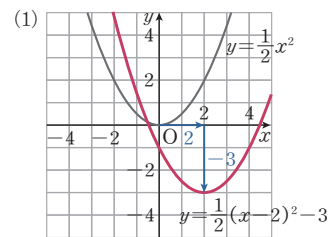
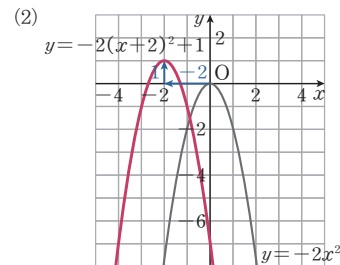
| 생각 톡톡 | 일치한다.

문제 5 (1) x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동

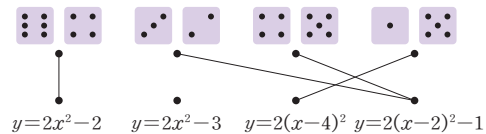
(2) x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동

문제 6 (1)

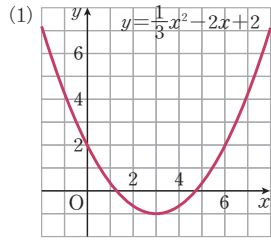
축의 방정식: $x=2$,
꼭짓점의 좌표: $(2,\ -3)$

(2)

축의 방정식: $x=-2$,
꼭짓점의 좌표: $(-2,\ 1)$

문제 7 축의 방정식: $x=2$,
꼭짓점의 좌표: $(2,\ -5)$,
$y=-\frac{2}{3}(x-2)^2-5$

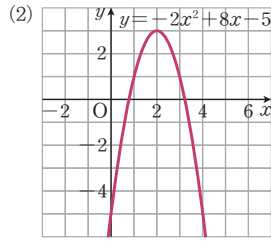
| 생각이 크는 수학 |

02 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프 118~120쪽

| 생각 열기 | 4, 4, 2, 1

문제 1 (1)

축의 방정식: $x=3$,

꼭짓점의 좌표: $(3,\ -1)$,

y절편: 2

(2)

축의 방정식: $x=2$,

꼭짓점의 좌표: $(2,\ 3)$,

y절편: -5

문제 2 $y=-3x^2+18x-32$

문제 3 $y=-\frac{1}{4}x^2-x+2$

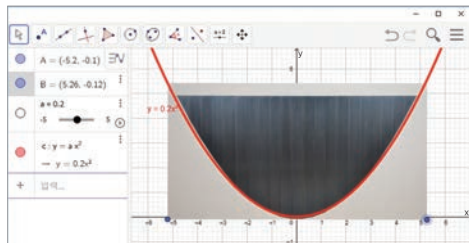
| 생각이 크는 수학 |

1 $a>0,\ c>0$

2 $p>0,\ q<0$

3 $b<0$

공학적 도구 활용하기 121쪽

탐구 예시 다음 그림과 같이 작품의 옆 선이 대체로 $y=0.2x^2$의 그래프에 가까운 포물선임을 알 수 있다.

스스로 확인하는 문제 122~124쪽

01 (1)

축의 방정식: $x=0$,

꼭짓점의 좌표: $(0,\ 1)$

(2)

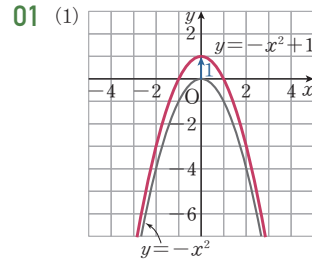
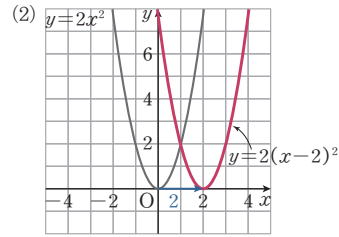
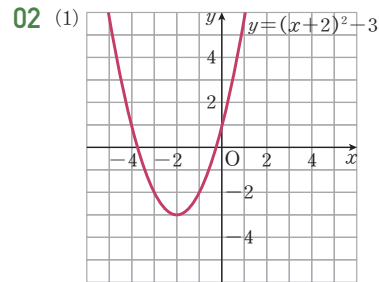
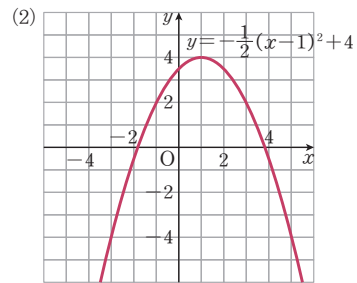
축의 방정식: $x=2$,

꼭짓점의 좌표: $(2,\ 0)$

02 (1)

축의 방정식: $x=-2$,

꼭짓점의 좌표: $(-2,\ -3)$

(2)

축의 방정식: $x=1$,

꼭짓점의 좌표: $(1,\ 4)$

03 (1) 축의 방정식: $x=-4$, 꼭짓점의 좌표: $(-4,\ 1)$

(2) 축의 방정식: $x=-2$, 꼭짓점의 좌표: $(-2,\ 3)$

(3) 축의 방정식: $x=2$, 꼭짓점의 좌표: $(2,\ 0)$

(4) 축의 방정식: $x=1$, 꼭짓점의 좌표: $(1,\ -9)$

04 $-\frac{1}{3}$

05 -18

06 ㄱ, ㄴ

07 $m=3$, $n=-5$

08 $a=\frac{4}{9}$, $p=3$, $q=-2$

09 (1) $y=-x^2-6x-4$ (2) $y=\frac{1}{2}x^2-2x+3$

10 이차함수의 그래프가 두 점 $(-1,\ 8)$과 $(1,\ 4)$를 지나므로 $y=ax^2+bx+5$에 두 점의 좌표를 각각 대입한다.

$x=-1$, $y=8$을 대입하면 $8=a-b+5$ …… ㉠

$x=1$, $y=4$를 대입하면 $4=a+b+5$ …… ㉡

따라서 ㉠과 ㉡을 연립하여 풀면

$a=1$, $b=-2$

11 (1) 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ -4)$이므로 구하는 이차함수의 식은 $y=a(x-3)^2-4$

즉, $y=ax^2-6ax+9a-4$

로 놓을 수 있다.

이 이차함수의 식이 $y=ax^2+bx+c$와 같으므로

$b=-6a$, $c=9a-4$

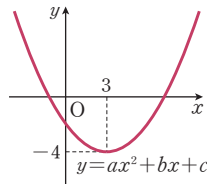
(2) 이 이차함수의 그래프가 모든 사분면을 지나려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로

$a>0$, $c<0$

이어야 한다. 이때

$c=9a-4<0$에서 $a<\frac{4}{9}$

따라서 구하는 수 a의 값의 범위는

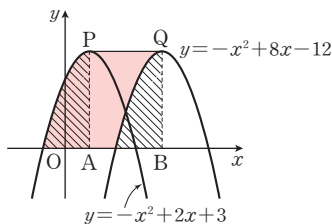
$0<a<\frac{4}{9}$

창의적 사고 & 다양한 해결 125쪽

1 ❶ $y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$

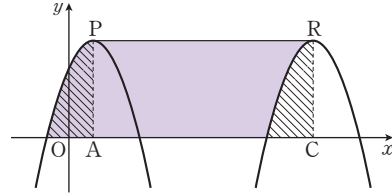
이므로 $\mathrm{P}(1,\ 4)$

또 $y=-x^2+8x-12=-(x-4)^2+4$

이므로 $\mathrm{Q}(4,\ 4)$

❷ 다음 그림과 같이 두 점 P와 Q에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 A와 B라고 하자.

빗금 친 부분의 넓이가 같으므로 색칠한 부분의 넓이는 직사각형 PABQ의 넓이와 같다.

따라서 구하는 넓이는 $\overline{\mathrm{PQ}}\times\overline{\mathrm{PA}}=3\times4=12$

2 다음 그림과 같이 두 점 P와 R에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 A와 C라고 하자.

빗금 친 부분의 넓이가 같으므로 색칠한 부분의 넓이는 직사각형 PACR의 넓이와 같다. 그러므로 그 넓이가 **1** 에서 구한 넓이의 3배가 되려면 $\overline{\mathrm{AB}}=3$이므로 $\overline{\mathrm{AC}}=9$이어야 한다.

이때 $\mathrm{A}(1,\ 0)$이고 $\mathrm{C}(10,\ 0)$이므로 $\mathrm{R}(10,\ 4)$

이다. 이것은 이차함수

$y=-x^2+8x-12=-(x-4)^2+4$

의 그래프의 꼭짓점 $\mathrm{Q}(4,\ 4)$를 x축의 방향으로 6만큼 평행이동한 것과 같으므로 이차함수의 그래프도 x축의 방향으로 6만큼 평행이동한 것과 같다.

따라서 $p=6$

단원을 마무리하는 문제 126~129쪽

01 ① $y=-x(x+2)$는 y가 x에 대한 이차식이므로 이차함수이다.

② $y=\frac{1}{x}+x^2$은 y가 x에 대한 이차식이 아니므로 이차함수가 아니다.

③ $y=-5+3x^2$은 y가 x에 대한 이차식이므로 이차함수이다.

④ $y=(x+1)^2-x^2$, 즉 $y=2x+1$은 y가 x에 대한 이차식이 아니므로 이차함수가 아니다.

⑤ $y=x^3-(x-1)^2$, 즉 $y=x^3-x^2+2x-1$은 y가 x에 대한 이차식이 아니므로 이차함수가 아니다.

따라서 이차함수인 것은 ①, ③이다.

02 조건 (가)와 (나)에 의하여 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓을 수 있다. 이때 조건 (다)에 의하여 $a>0$이고 조건 (라)에 의하여 $|a|<\frac{1}{2}$이어야 하므로 이를 만족시키는 이차함수의 식은 ②이다.

03 이차함수 $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프를 나타내는 이차함수의 식은 $y=-\frac{1}{3}x^2$이다.

이 그래프가 점 $(6, k)$를 지나므로

$k=-\frac{1}{3}\times 6^2=-12$

04 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=a(x+3)^2$

으로 놓을 수 있다.

이 이차함수의 그래프가 점 $(-2, 3)$을 지나므로

$3=a\times 1^2$

따라서 $a=3$

05 주어진 이차함수의 그래프가 y축을 축으로 하고, 꼭짓점의 좌표가 $(0, 8)$이므로 구하는 이차함수의 식은

$y=ax^2+8$

로 놓을 수 있다.

이때 이 그래프가 점 $(4, 0)$을 지나므로

$0=16a+8$, 즉 $a=-\frac{1}{2}$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-\frac{1}{2}x^2+8$

06 이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은 $y=-(x-m)^2+n$

이 그래프가 이차함수 $y=-(x-1)^2-3$의 그래프와 일치하므로 $m=1, n=-3$

따라서 $m+n=1+(-3)=-2$

그러므로 ①이다.

07 꼭짓점의 좌표가 $(1, -4)$이므로 구하는 이차함수의 식은

$y=a(x-1)^2-4$

로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0, 3)$을 지나므로

$3=a-4$, $a=7$

즉, 구하는 이차함수의 식은 $y=7(x-1)^2-4$이므로

$a=7, p=1, q=-4$

따라서 $apq=7\times 1\times(-4)=-28$

08 $y=2x^2-8x+7$

$=2(x^2-4x+4-4)+7$

$=2(x-2)^2-1$

즉, $a=2, p=2, q=-1$이므로

$a+p+q=2+2-1=3$

따라서 ③이다.

09 $y=\frac{1}{4}x^2-2x+3$

$=\frac{1}{4}(x^2-8x+16-16)+3$

$=\frac{1}{4}(x-4)^2-1$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(4, -1)$, y절편은 3이다.

따라서 주어진 이차함수의 그래프는 ①이다.

10 $y=-3x^2+24x+k$

$=-3(x^2-8x+16-16)+k$

$=-3(x-4)^2+48+k$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(4, 48+k)$이고, 꼭짓점이 x축 위에 있으므로 $48+k=0$

따라서 $k=-48$

그러므로 ①이다.

11 ① $y=-x^2+6x-5$

$=-(x^2-6x+9-9)-5$

$=-(x-3)^2+4$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, 4)$이다. (참)

② 축의 방정식은 $x=3$이다. (참)

③ x축과의 교점은 $y=0$일 때이므로

$-x^2+6x-5=0$, 즉 $x^2-6x+5=0$에서

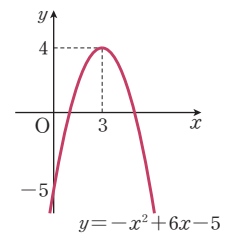
$(x-1)(x-5)=0$이므로 x축과의 교점의 좌표는 $(1, 0)$, $(5, 0)$이다. (참)

④ $y=-x^2+6x-5$

$=-(x-3)^2+4$

이므로 이차함수 $y=-(x-3)^2+4$의 그래프와 일치한다. (참)

⑤ 이차함수 $y=-x^2+6x-5$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제2사분면을 지나지 않는다. (거짓)

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

12 $y=\frac{1}{3}x^2-2x+p$

$=\frac{1}{3}(x^2-6x+9-9)+p$

$=\frac{1}{3}(x-3)^2+p-3$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, p-3)$

이때 꼭짓점이 직선 $y=-2x+n$ 위에 있으므로

$p-3=-2\times 3+n$

따라서 $n-p=-3+6=3$

13 $y=x^2-2ax+6$

$=(x^2-2ax+a^2-a^2)+6$

$=(x-a)^2-a^2+6$

이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(a,\ -a^2+6)$

또

$y=-2x^2-8x+b+3$

$=-2(x^2+4x+4-4)+b+3$

$=-2(x+2)^2+b+11$

이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ b+11)$

이때 두 꼭짓점이 일치하므로

$a=-2,\ b+11=-a^2+6$

$b+11=-4+6=2$에서 $b=-9$

따라서 $a+b=-2+(-9)=-11$

그러므로 ①이다.

14 이차함수 $y=-x^2+ax+b$의 그래프의 y절편이 7이므로 $b=7$

또 이차함수 $y=-x^2+ax+7$의 그래프가 두 점 $(-1,\ 0)$과 $(7,\ 0)$을 지나므로

$0=-1-a+7,\quad a=6$

즉, 주어진 이차함수의 식은

$y=-x^2+6x+7=-(x-3)^2+16$

이므로 $A(3,\ 16)$이다.

따라서 $\triangle ABC$의 넓이는 $\frac{1}{2}\times8\times16=64$

15 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$이고, y절편이 음수이므로 $c<0$이다. 그러므로 $ac<0$이다.

또 그래프의 축의 방정식은 $x=1$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2+q$로 놓으면

$y=ax^2-2ax+a+q=ax^2+bx+c$

에서 $b=-2a<0$

한편, $x=1$일 때 y의 값이 음수이므로

$a+b+c<0$

$x=-1$일 때 y의 값이 0이므로

$a-b+c=0$

따라서 옳은 것은 ④이다.

16 이차함수의 식에서 이차항의 계수가 양수이면 그래프는 아래로 볼록하고 음수이면 그래프는 위로 볼록하므로

$a>0,\ b>0,\ c<0,\ d<0$ ◀ ㉮

이차함수의 식에서 이차항의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아지므로

$|a|>|b|,\ |c|>|d|$ ◀ ㉯

따라서 $c<d<b<a$ ◀ ㉰

단계	채점 기준	배점
㉮	$a,\ b,\ c,\ d$의 각각의 부호 판별하기	40 %
㉯	$\|a\|$와 $\|b\|$, $\|c\|$와 $\|d\|$의 크기 각각 비교하기	40 %
㉰	네 수 $a,\ b,\ c,\ d$의 대소 비교하기	20 %

17 꼭짓점의 좌표가 $\left(-\frac{5}{2},\ -1\right)$이므로 구하는 이차함수의 식은 $y=a\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-1$ (단, $a>0$) ◀ ㉮

로 놓을 수 있다.

그래프가 원점을 지나므로

$0=\frac{25}{4}a-1,\quad a=\frac{4}{25}$ ◀ ㉯

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=\frac{4}{25}\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-1$ ◀ ㉰

단계	채점 기준	배점
㉮	꼭짓점의 좌표를 이용하여 이차함수의 식 세우기	50 %
㉯	a의 값 구하기	30 %
㉰	이차함수의 식 구하기	20 %

18 이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은 $y=2(x+1)^2-4$ ◀ ㉮

이 그래프가 점 $(a,\ 4)$를 지나므로

$4=2(a+1)^2-4,\quad (a+1)^2=4$ ◀ ㉯

$a+1=\pm2$

따라서 $a=-3$ 또는 $a=1$ ◀ ㉰

단계	채점 기준	배점
㉮	평행이동한 이차함수의 식 구하기	50 %
㉯	그래프가 점 $(a,\ 4)$를 지남을 이용하여 식 세우기	20 %
㉰	a의 값 모두 구하기	30 %

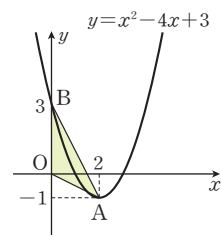
19 $y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$

이므로 $A(2,\ -1)$ ◀ ㉮

또 이차함수 $y=x^2-4x+3$의 그래프의 y절편은 3이므로

$B(0,\ 3)$ ◀ ㉯

따라서 오른쪽 그림에서 $\triangle ABO$의 넓이는

$\frac{1}{2}\times3\times2=3$ ◀ ㉰

단계	채점 기준	배점
㉮	점 A의 좌표 구하기	40 %
㉯	점 B의 좌표 구하기	40 %
㉰	$\triangle ABO$의 넓이 구하기	20 %

Ⅳ 삼각비

1 삼각비

준비 학습 134쪽

1 (1) $2:1$　　(2) 4

2 (1) $\sqrt{34}$　　(2) $\sqrt{5}$

01 삼각비 135~138쪽

| 생각 열기 | **1.** 6　　**2.** $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{5}$, 서로 같다.

문제 1 (1) $\sin A=\frac{8}{17}$, $\cos A=\frac{15}{17}$, $\tan A=\frac{8}{15}$,

$\sin B=\frac{15}{17}$, $\cos B=\frac{8}{17}$, $\tan B=\frac{15}{8}$

(2) $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos A=\frac{1}{2}$, $\tan A=\sqrt{3}$,

$\sin B=\frac{1}{2}$, $\cos B=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan B=\frac{\sqrt{3}}{3}$

| 함께하기 | **1** $\sqrt{5}$

2 ① $\frac{\sqrt{5}}{5}$　② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　③ $\frac{1}{2}$

문제 2 (1) $\sin A=\frac{\sqrt{21}}{7}$, $\cos A=\frac{2\sqrt{7}}{7}$, $\tan A=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $\sin A=\frac{5}{7}$, $\cos A=\frac{2\sqrt{6}}{7}$, $\tan A=\frac{5\sqrt{6}}{12}$

| 생각 톡톡 | 하나 이상이다.

문제 3 $\sin A=\frac{\sqrt{7}}{4}$, $\tan A=\frac{\sqrt{7}}{3}$

| 생각이 크는 수학 |

• 주희: $\angle A=x°$라고 하면　$\angle BCD=90°-\angle B=x°$

이므로　$\sin A=\sin x°=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$

같은 방법으로　$\cos A=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$, $\tan A=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$

• 지훈: $\triangle ADC \backsim \triangle CDB$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AD}:\overline{CD}=\overline{CD}:\overline{BD}$

$\overline{AD}:12=12:9$,　$\overline{AD}=16$

$\triangle ABC$에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}=\sqrt{25^2-15^2}=20$

따라서　$\sin A=\frac{15}{25}=\frac{3}{5}$, $\cos A=\frac{20}{25}=\frac{4}{5}$,

$\tan A=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$

02 삼각비의 값 139~144쪽

| 생각 열기 | **1.** $\angle A=45°$, $\angle B=45°$, $\angle C=90°$　　**2.** $\sqrt{2}$

| 함께하기 | **1** $\angle ABD=60°$, $\angle BAD=30°$

2 $\overline{BD}=1$, $\overline{AD}=\sqrt{3}$

3 ① $\frac{1}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{3}$　② $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\sqrt{3}$

| 생각 톡톡 | $45°$

문제 1 (1) 1　(2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$　(3) $\frac{1}{2}$　(4) 1

문제 2 (1) $x=\sqrt{2}$, $y=\sqrt{2}$　(2) $x=4\sqrt{3}$, $y=8$

| 생각 열기 | **1.** 1　　**2.** (1) $\overline{BC}$, $\overline{BC}$　(2) $\overline{OC}$, $\overline{OC}$

문제 3 (1) 0　(2) 1

문제 4 (1) 0.3420　(2) 0.4540　(3) 48　(4) 56

| 생각이 크는 수학 |

1 직각삼각형 ADC에서 $\sin 30°=\frac{1}{2}$이므로　$\overline{AD}=2$

$\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$이므로　$\overline{CD}=\sqrt{3}$

그런데 $\angle ADC=2\angle ABD$이므로 $\triangle ABD$는

$\overline{AD}=\overline{BD}=2$인 이등변삼각형이다.

따라서 직각삼각형 ABC에서

$$\tan 15°=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$$

2 $\tan 15°$의 값은 공학용 계산기를 이용하면 0.2679491924로 구할 수 있는데, 이 값을 소수점 아래 다섯째 자리에서 반올림하면 삼각비의 표에서 구한 값 0.2679와 같음을 알 수 있다. 또 $\sqrt{3}=1.732050\cdots$이므로, **1**에서 구한 $\tan 15°=2-\sqrt{3}$을 소수로 나타낸 값 $0.267949\cdots$를 소수점 아래 다섯째 자리에서 반올림한 값도 삼각비의 표에서 구한 값과 같음을 알 수 있다.

공학적 도구 활용하기 145쪽

탐구 1 점 B가 x축에 가까워질 때 $\angle A$의 크기는 $0°$에 가까워지고, 이때 $\sin A$의 값은 0에 가까워진다.
또 점 B가 y축에 가까워질 때 $\angle A$의 크기는 $90°$에 가까워지고, 이때 $\sin A$의 값은 1에 가까워진다.

탐구 2 $\cos A$의 값은 $\angle A$의 크기가 $0°$에 가까워지면 1에 가까워지고, $\angle A$의 크기가 $90°$에 가까워지면 0에 가까워진다.
또 $\tan A$의 값은 $\angle A$의 크기가 $0°$에 가까워지면 0에 가까워지고, $\angle A$의 크기가 $90°$에 가까워지면 점점 커져서 그 값을 알 수 없음을 확인할 수 있다.

스스로 확인하는 문제 146~148쪽

01 $\sin A=\frac{2\sqrt{13}}{13}$, $\cos A=\frac{3\sqrt{13}}{13}$, $\tan A=\frac{2}{3}$,
$\sin B=\frac{3\sqrt{13}}{13}$, $\cos B=\frac{2\sqrt{13}}{13}$, $\tan B=\frac{3}{2}$

02 (1) $\frac{5\sqrt{3}}{6}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (4) 1

03 (1) 0.7986 (2) 54

04 (1) 0.53 (2) 0.85 (3) 0.62

05 $\frac{\sqrt{3}}{6}$ **06** $\frac{\sqrt{21}}{5}$

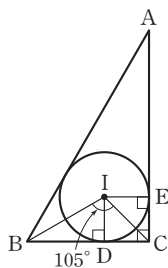
07 $\sin A=\frac{\sqrt{10}}{10}$, $\cos A=\frac{3\sqrt{10}}{10}$

08 (1) $x=10$, $y=5\sqrt{3}$ (2) $x=6$, $y=6\sqrt{2}$

09 $\sin A=\frac{1}{2}$, $\cos A=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan A=\frac{\sqrt{3}}{3}$

10 (1) 3 cm (2) $2\sqrt{3}$ cm

11 직각삼각형 FGH에서 피타고라스 정리에 의하여
$\overline{FH}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5\,(\text{cm})$
직각삼각형 DFH에서 피타고라스 정리에 의하여
$\overline{DF}=\sqrt{\overline{FH}^2+\overline{DH}^2}=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}\,(\text{cm})$
따라서 $\cos x^\circ=\frac{\overline{FH}}{\overline{DF}}=\frac{5}{5\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

12 (1) 오른쪽 그림과 같이 점 I에서 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 각각 D, E라고 하면 □IDCE는 정사각형이므로 $\angle DIC=45^\circ$이다.
따라서 $\angle BID=60^\circ$이므로
$\angle IBD=30^\circ$
그런데 점 I가 내심이므로
$\angle B=2\angle IBD=60^\circ$, $\angle A=30^\circ$
(2) $\angle A=30^\circ$, $\angle B=60^\circ$이므로
$$\sin A-\cos A\times\tan B=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}$$
$$=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-1$$

2 삼각비의 활용

준비 학습 149쪽

1 (1) 12 cm^2 (2) 10 cm^2

2 (1) 0.3907 (2) 0.5736 (3) 0.2126

01 길이 구하기 150~152쪽

| 생각 열기 | $\overline{BC}=10\sin 35^\circ\,(\text{m})$

문제 1 110.5 m

문제 2 $(6+2\sqrt{3})$ m

문제 3 $20\sqrt{7}$ m

| 생각이 크는 수학 | $(10\sqrt{3}+10)$ m

알콩달콩 수학+ 153쪽

예시

건축물의 명칭	측정자의 눈높이	건축물을 올려본각의 크기	측정자와 건축물 사이의 거리	건축물의 높이
본관	1.6 m	58°	10 m	17.6 m
체육관	1.5 m	47°	10 m	12.2 m

02 넓이 구하기 154~157쪽

| 생각 열기 | **1.** $25\sqrt{3}$ m **2.** $1000\sqrt{3}$ m^2

| 함께하기 | **1** $\angle CAH=180^\circ-\angle A$
2 $h=b\sin(180^\circ-A)$
3 $S=\frac{1}{2}bc\sin(180^\circ-A)$

문제 1 (1) $6\sqrt{2}$ cm^2 (2) $15\sqrt{3}$ cm^2

문제 2 (1) $\frac{63\sqrt{3}}{2}$ cm^2 (2) $10\sqrt{3}$ cm^2

| 생각이 크는 수학 |

1 $\angle a=72^\circ$, $\angle b=36^\circ$

2 (□ABCD의 넓이)$=2\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\times\sin 72^\circ\right)=0.9511$,
(□EFGH의 넓이)$=2\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\times\sin 36^\circ\right)=0.5878$

스스로 확인하는 문제 158~160쪽

01 (1) $c\sin A$ (2) $c\cos A$ (3) $b\tan A$

02 (1) $2\sqrt{3}$ cm (2) $2\sqrt{7}$ cm

03 (1) $18\sqrt{2}$ cm^2 (2) 5 cm^2

04 (1) $\sqrt{21}$ cm (2) $4\sqrt{2}$ cm

05 33.7 m **06** $(150-50\sqrt{3})$ m

07 $(10+10\sqrt{2})$ m **08** $\frac{9}{2}$ cm^2

09 $40\sqrt{2}\text{ cm}^2$

10 △ABD가 직각이등변삼각형이므로

$\overline{AD}=\overline{BD}=x$ m라고 하면 직각삼각형 ACD에서

$\overline{AD}=\overline{CD}\times\tan 60°$이므로

$$x=(x-60)\times\sqrt{3}$$

$$(\sqrt{3}-1)x=60\sqrt{3}$$

$$x=\frac{60\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}=30\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)=90+30\sqrt{3}$$

따라서 이 산의 높이 $\overline{AD}$는 $(90+30\sqrt{3})$ m이다.

11 (1) 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 직선 BC에 내린 수선의 발을 H라고 하면 직각삼각형 AHC에서

$$\overline{AH}=3\text{ cm},\ \sin C=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

따라서 $\angle C=30°$, 즉 $\angle ACB=30°$

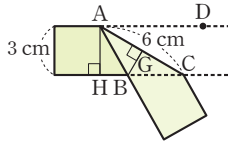
(2) 위의 그림에서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle DAC=\angle ACB=30°$이고, 직사각형을 접은 것이므로 $\angle CAB=\angle DAC=30°$이다.

그러므로 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다. 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 G라고 하면 $\overline{AG}=\overline{CG}=3$ cm이고 직각삼각형 BCG에서

$$\overline{BG}=\overline{CG}\times\tan 30°=3\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}\text{ (cm)}$$

따라서 △ABC의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times 6\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}\text{ (cm}^2\text{)}$$

창의적 사고 & 다양한 해결 161쪽

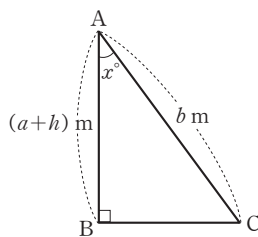
(1) 오른쪽 직각삼각형 ABC에서

$$\cos x°=\frac{a+h}{b}$$

이므로

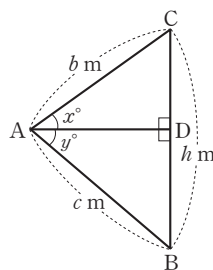
$$a+h=b\cos x°$$

따라서

$$h=b\cos x°-a\text{ (m)}$$

(2) 오른쪽 직각삼각형 ACD에서

$$\sin x°=\frac{\overline{CD}}{b}$$

$$\overline{CD}=b\sin x°$$

또 직각삼각형 ABD에서

$$\sin y°=\frac{\overline{BD}}{c}$$

$$\overline{BD}=c\sin y°$$

$\overline{BC}=\overline{CD}+\overline{BD}$이므로

$$h=b\sin x°+c\sin y°\text{ (m)}$$

(3) 오른쪽 직각삼각형 ACD에서

$$\sin x°=\frac{\overline{CD}}{b}$$

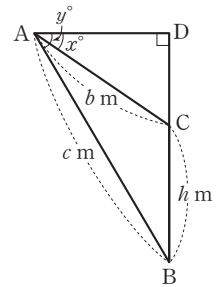
$$\overline{CD}=b\sin x°$$

또 직각삼각형 ABD에서

$$\sin y°=\frac{\overline{BD}}{c}$$

$$\overline{BD}=c\sin y°$$

$\overline{BC}=\overline{BD}-\overline{CD}$이므로

$$h=c\sin y°-b\sin x°\text{ (m)}$$

단원을 마무리하는 문제 162~165쪽

01 $\tan A=\sqrt{2}$이므로 $\overline{BC}=\sqrt{2}$

피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{AB}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$$

따라서 $\cos A=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

02 $4\sin A-\sqrt{7}=0$에서 $\sin A=\frac{\sqrt{7}}{4}$

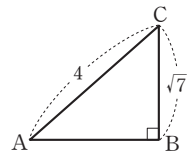
오른쪽 직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{AB}=\sqrt{4^2-(\sqrt{7})^2}$$

$$=\sqrt{16-7}=3$$

따라서

$$\tan A\times\cos A=\frac{\sqrt{7}}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{\sqrt{7}}{4}$$

그러므로 ②이다.

03 직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{BC}=\sqrt{2^2+(\sqrt{5})^2}=\sqrt{4+5}=3$$

△ABC와 △EDC에서

$\angle BAC=\angle DEC=90°$, $\angle C$는 공통

이므로 △ABC∽△EDC (AA 닮음)

그런데 $x°=\angle EDC=\angle ABC$이므로

$$\cos x°=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{2}{3}$$

따라서 ④이다.

04 일차함수 $y=\frac{1}{2}x+4$에서

$0=\frac{1}{2}x+4,\quad x=-8$이므로 $\quad\overline{AO}=8$

$y=\frac{1}{2}\times 0+4,\quad y=4$이므로 $\quad\overline{BO}=4$

이때 직각삼각형 AOB에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{64+16}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

따라서

$\cos a^\circ-\sin b^\circ+\tan b^\circ=\frac{8}{4\sqrt{5}}-\frac{8}{4\sqrt{5}}+\frac{8}{4}=2$

05 $2\sin 60^\circ-\tan 45^\circ+3\cos 90^\circ-2\sin 0^\circ$

$=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-1+3\times 0-2\times 0=\sqrt{3}-1$

따라서 ③이다.

06 직각삼각형 ABC에서 $\tan 60^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$이므로

$\overline{BC}=\overline{AB}\times\tan 60^\circ=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

따라서 직각삼각형 DBC에서 $\sin 45^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{BD}}$이므로

$\overline{BD}=\overline{BC}\div\sin 45^\circ=4\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=4\sqrt{3}\times\sqrt{2}=4\sqrt{6}\,(\text{cm})$

그러므로 ④이다.

07 ㄷ. $\tan y^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{\overline{AD}}{\overline{DE}}=\frac{1}{\overline{DE}}$

ㄹ. $\cos z^\circ=\frac{\overline{DE}}{\overline{AE}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\overline{BC}$

따라서 옳은 것은 ③ ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

08 $\cos 42^\circ=\frac{\overline{BC}}{5}$이므로 $\quad\overline{BC}=5\cos 42^\circ$

$\angle A=48^\circ$이고 $\sin 48^\circ=\frac{\overline{BC}}{5}$이므로

$\overline{BC}=5\sin 48^\circ$

따라서 $\overline{BC}$의 길이로 옳은 것은 ②, ④이다.

09 오른쪽 직각삼각형 ABC에서

$\tan 30^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$이므로

$\overline{AB}=\overline{BC}\times\tan 30^\circ$

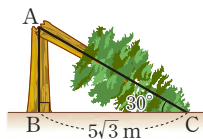
$=5\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=5\,(\text{m})$

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}=\sqrt{5^2+(5\sqrt{3})^2}=\sqrt{25+75}=10\,(\text{m})$

따라서 부러지기 전의 나무의 높이는

$\overline{AB}+\overline{AC}=5+10=15\,(\text{m})$

그러므로 ⑤이다.

10 △BCD가 직각이등변삼각형이므로

$\overline{BC}=\overline{CD}=x$ m라고 하면 직각삼각형 ACD에서

$\overline{CD}=\overline{AC}\times\tan 30^\circ$이므로

$x=(50+x)\times\frac{\sqrt{3}}{3}$

$(3-\sqrt{3})x=50\sqrt{3}$

$x=\frac{50\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}=\frac{50\sqrt{3}(3+\sqrt{3})}{6}$

$=25\sqrt{3}+25\,(\text{m})$

따라서 건물의 높이는 $(25\sqrt{3}+25)$ m이다.

11 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{OA}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\quad\overline{AH}=x$ cm

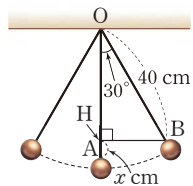
직각삼각형 OHB에서

$\overline{OH}=\overline{OB}\times\cos 30^\circ$

$=40\times\frac{\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3}\,(\text{cm})$

이므로 $\quad\overline{AH}=\overline{OA}-\overline{OH}=40-20\sqrt{3}\,(\text{cm})$

따라서 구하는 x의 값은 $40-20\sqrt{3}$이다.

그러므로 ①이다.

12 △ABC는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}\,(\text{cm})$

△BDC는 직각이등변삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BD}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}\,(\text{cm})$

△ABC의 넓이는 △ABD와 △BDC의 넓이의 합과 같으므로

$\frac{1}{2}\times 4\times 2=\left(\frac{1}{2}\times 2\sqrt{5}\times 2\sqrt{2}\times\sin x^\circ\right)$

$+\left(\frac{1}{2}\times 2\times 2\right)$

$4=2\sqrt{10}\sin x^\circ+2,\ 2\sqrt{10}\sin x^\circ=2$

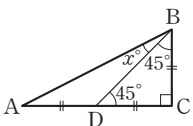
따라서 $\quad\sin x^\circ=\frac{2}{2\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$

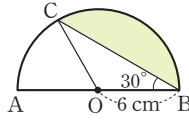
13 $\angle A:\angle D=3:1$이므로

$\angle D=\frac{1}{4}\times 180^\circ=45^\circ$

△OCD의 넓이는 △ACD의 넓이의 $\frac{1}{2}$이므로

$(\triangle\text{OCD의 넓이})=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times 4\times 3\times\sin 45^\circ\right)$

$=\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}\,(\text{cm}^2)$

14 오른쪽 그림에서 부채꼴 BOC의 넓이는

$$\pi\times6^2\times\frac{120}{360}=12\pi\,(\text{cm}^2)$$

△BCO의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin(180^\circ-120^\circ)=18\times\frac{\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $(12\pi-9\sqrt{3})\text{ cm}^2$

15 $\overline{AE}/\!/\overline{DC}$이므로 △DAE의 넓이는 △CAE의 넓이와 같다.

따라서 □ABED의 넓이는 △ABC의 넓이와 같으므로

$$(\square\text{ABED의 넓이})=\frac{1}{2}\times4\times5\times\sin60^\circ=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$$

16 밑면이 정사각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\sqrt{2}\,(\text{cm})$ ◀ ㉮

직각삼각형 OAH에서 $\tan60^\circ=\frac{\overline{OH}}{\overline{AH}}=\sqrt{3}$이므로

$\overline{OH}=\sqrt{3}\times\overline{AH}=\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\sqrt{6}\,(\text{cm})$ ◀ ㉯

따라서

$(\text{사각뿔의 부피})=\frac{1}{3}\times(2\times2)\times\sqrt{6}=\frac{4\sqrt{6}}{3}\,(\text{cm}^3)$ ◀ ㉰

단계	채점 기준	배점
㉮	$\overline{AH}$의 길이 구하기	30 %
㉯	$\overline{OH}$의 길이 구하기	40 %
㉰	사각뿔의 부피 구하기	30 %

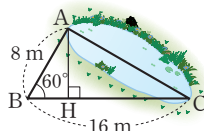
17 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 직각삼각형 ABH에서

$\overline{AH}=\overline{AB}\times\sin60^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}\,(\text{m})$ ◀ ㉮

$\overline{BH}=\overline{AB}\times\cos60^\circ=8\times\frac{1}{2}=4\,(\text{m})$ ◀ ㉯

따라서 $\overline{CH}=12\text{ m}$이므로 직각삼각형 AHC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+12^2}=8\sqrt{3}\,(\text{m})$

즉, 두 지점 A와 C 사이의 거리는 $8\sqrt{3}$ m이다. ◀ ㉰

단계	채점 기준	배점
㉮	$\overline{AH}$의 길이 구하기	40 %
㉯	$\overline{BH}$의 길이 구하기	30 %
㉰	두 지점 A와 C 사이의 거리 구하기	30 %

18 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 직각삼각형 ABH에서

$\tan60^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{BH}}=\sqrt{3}$

$\overline{BH}=\frac{\overline{AH}}{\sqrt{3}}$ ◀ ㉮

직각삼각형 AHC에서 $\tan45^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{CH}}=1$이므로

$\overline{CH}=\overline{AH}$ ◀ ㉯

그런데 $\overline{BH}+\overline{CH}=10$이므로

$\frac{\overline{AH}}{\sqrt{3}}+\overline{AH}=10,\quad \overline{AH}+\sqrt{3}\times\overline{AH}=10\sqrt{3}$

$\overline{AH}=\frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}=15-5\sqrt{3}\,(\text{m})$

따라서 탑의 높이는 $(15-5\sqrt{3})$ m이다. ◀ ㉰

단계	채점 기준	배점
㉮	$\overline{BH}$의 길이를 $\overline{AH}$의 길이로 나타내기	30 %
㉯	$\overline{CH}$의 길이를 $\overline{AH}$의 길이로 나타내기	30 %
㉰	탑의 높이 구하기	40 %

19 △ABC의 넓이가 $10\sqrt{3}\text{ cm}^2$이므로

$10\sqrt{3}=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times5\times\sin60^\circ$

$10\sqrt{3}=\frac{5\sqrt{3}}{4}\times\overline{AB}$

$\overline{AB}=10\sqrt{3}\times\frac{4}{5\sqrt{3}}=8\,(\text{cm})$ ◀ ㉮

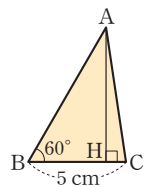
오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 직각삼각형 ABH에서

$\overline{AH}=\overline{AB}\times\sin60^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\overline{BH}=\overline{AB}\times\cos60^\circ=8\times\frac{1}{2}=4\,(\text{cm})$ ◀ ㉯

따라서 $\overline{CH}=1\text{ cm}$이므로 직각삼각형 AHC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+1^2}=\sqrt{48+1}=7\,(\text{cm})$ ◀ ㉰

단계	채점 기준	배점
㉮	$\overline{AB}$의 길이 구하기	30 %
㉯	$\overline{AH}$와 $\overline{BH}$의 길이 각각 구하기	50 %
㉰	$\overline{AC}$의 길이 구하기	20 %

V 원의 성질

1 원과 직선

준비 학습 | 170쪽

1 3 cm

2 △ABC≡△FED, 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같다. (RHS 합동)

01 원의 현 171~174쪽

| 생각 열기 | 1. 두 현 AB와 CD의 교점을 M이라고 하면 두 점 A와 B가 포개지도록 접었으므로

$\overline{AM}=\overline{BM}$

$\angle DMB=\frac{1}{2}\angle AMB=\frac{1}{2}\times 180^\circ=90^\circ$

따라서 현 CD는 현 AB의 수직이등분선이다.

2. 현 CD는 원의 중심 O를 지남을 확인할 수 있다.

문제 1 (1) 6 (2) 5

| 함께하기 | **1** 두 직각삼각형 OAM과 OCN에서

$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OM}=\overline{ON}$

이므로 △OAM≡△OCN (RHS 합동)이다.

2 ① 2 ② 2

3 **1**에 의하여 △OAM≡△OCN이므로

$\overline{AM}=\overline{CN}$

2에 의하여

$\overline{AB}=2\times\overline{AM}=2\times\overline{CN}=\overline{CD}$

따라서 $\overline{AB}=\overline{CD}$이다.

문제 2 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}$,

$\overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{CD}$

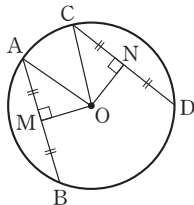
그런데 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{AM}=\overline{CN}$

두 직각삼각형 OAM과 OCN에서

$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{AM}=\overline{CN}$

이므로

△OAM≡△OCN (RHS 합동)

따라서 $\overline{OM}=\overline{ON}$이다.

문제 3 (1) 10 (2) 8

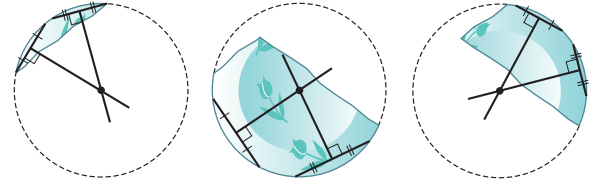
문제 4 두 현 AB와 AC가 원 O의 중심으로부터 같은 거리에 있으므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$이다.

즉, △ABC는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle ACB$

| 생각이 크는 수학 |

정민이의 말이 옳다.

다음 그림과 같이 두 현과 그들의 수직이등분선을 그리면 그 수직이등분선의 교점이 원의 중심이다.

따라서 어느 조각을 가지더라도 원의 중심을 찾을 수 있다.

02 원의 접선 175~177쪽

| 생각 열기 | 두 선분 PA와 PB는 포개진다.

문제 1 (1) 12 (2) $4\sqrt{3}$

문제 2 (1) 5 (2) 7

| 생각이 크는 수학 |

1 $\overline{BC}$와 $\overline{CA}$가 원 O의 접선이므로

$\angle OEC=\angle OFC=90^\circ$이고 $\overline{CE}=\overline{CF}$이다.

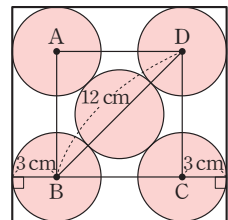
그런데 $\angle C=90^\circ$이므로 $\angle EOF=90^\circ$이다.

따라서 □OECF는 정사각형이다.

2 2 cm

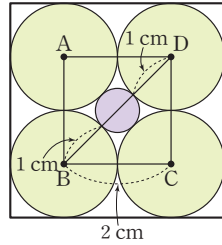
알콩달콩 수학+ 178쪽

탐구 1 오른쪽 그림과 같이 네 개의 유리병의 밑면인 원의 중심을 각각 A, B, C, D라고 하면 □ABCD는 각 변이 상자의 테두리와 평행한 정사각형이다.

정사각형 ABCD의 대각선 BD의 길이가 12 cm 이므로

$\overline{BC}=\frac{12}{\sqrt{2}}=6\sqrt{2}$ (cm)

따라서 이 상자의 밑면인 정사각형의 한 변의 길이는 $(6+6\sqrt{2})$ cm이다.

탐구 2 오른쪽 그림과 같이 네 개의 원의 중심을 각각 A, B, C, D라고 하면 □ABCD는 각 변이 정사각형의 변과 평행한 정사각형이다.

정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 2 cm이므로

$\overline{BD}=2\sqrt{2}$ cm

작은 원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$2+2r=2\sqrt{2}$, $r=\sqrt{2}-1$

따라서 작은 원의 반지름의 길이는 $(\sqrt{2}-1)$ cm이다.

스스로 확인하는 문제 179~181쪽

01 (1) 7 (2) 8

02 (1) 6 (2) 5

03 17

04 $\frac{15}{2}$ cm

05 48 cm^2

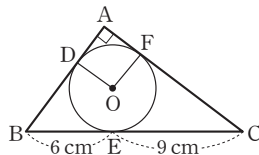
06 64°

07 $4\sqrt{3}$ cm^2

08 4

09 5

10 $4\sqrt{10}$ cm

11 (1) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OF}$를 그으면 $\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{OD}=\overline{OF}$ 이고

$\angle A=\angle ADO=\angle OFA=90°$이므로 □ADOF는 정사각형이다.

△ABC에서 $\overline{AD}=\overline{AF}=x$ cm라고 하면 $\overline{BD}=\overline{BE}=6$ cm, $\overline{CF}=\overline{CE}=9$ cm이므로 피타고라스 정리에 의하여

$(6+x)^2+(9+x)^2=15^2$

$2x^2+30x-108=0$, $x^2+15x-54=0$

$(x+18)(x-3)=0$

그런데 $x>0$이므로 $x=3$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 3 cm이다.

(2) △OBE에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{OB}=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}$ (cm)

또 △OCE에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{OC}=\sqrt{9^2+3^2}=3\sqrt{10}$ (cm)

따라서 △OBC의 둘레의 길이는

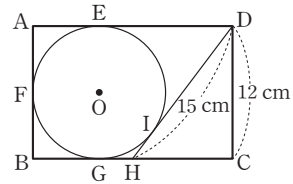
$(15+3\sqrt{5}+3\sqrt{10})$ cm

12 $\overline{CD}=12$ cm이므로

$\overline{AE}=\overline{AF}=\overline{BF}=\overline{BG}=6$ cm

이고 △DHC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{CH}=\sqrt{15^2-12^2}=9$ (cm)

다음 그림과 같이 원 O와 $\overline{DH}$의 접점을 I라고 하자.

$\overline{HG}=\overline{HI}=x$ cm라고 하면

$\overline{DE}=\overline{DI}=15-x$ (cm)

그런데 $\overline{AD}=\overline{BC}$이므로

$6+15-x=6+x+9$

$2x=6$, $x=3$

따라서 $\overline{BH}=\overline{BG}+\overline{GH}=6+3=9$ (cm)

2 원주각

준비 학습 182쪽

1 (1) 6 (2) 40

2 70

01 원주각의 성질 183~188쪽

| 생각 열기 | 1. 점 P를 움직여도 ∠APB의 크기는 변하지 않는다.

2. ∠AOB의 크기는 항상 ∠APB의 크기의 2배이다.

| 함께하기 | ∠RPA, ∠ROA

문제 1 (1) 36° (2) 100° (3) 113°

문제 2 (1) 55° (2) 45°

| 생각 톡톡 | 원에 내접하는 평행사변형은 직사각형이다.

문제 3 (1) $\angle x=118°$, $\angle y=98°$
(2) $\angle x=67°$, $\angle y=113°$

| 생각 열기 | 1. $40°$
2. $\angle APB=20°$, $\angle CQD=20°$이므로
$\angle APB=\angle CQD$이다.

문제 4 (1) 23 (2) 7

문제 5 (1) 12 (2) 6

| 생각이 크는 수학 |

• $\angle COD$의 크기를 이용하는 방법
정오각형 ABCDE에서

$$\angle COD=\frac{360°}{5}=72°$$

따라서 $\angle CAD=\frac{1}{2}\angle COD=\frac{72°}{2}=36°$

• $\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}$임을 이용하는 방법
$\overset{\frown}{BC}$, $\overset{\frown}{CD}$, $\overset{\frown}{DE}$의 길이가 모두 같으므로 원주각의 크기도 같다. 즉,

$$\angle BAC=\angle CAD=\angle DAE$$

그런데 정오각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180°\times(5-2)}{5}=108°$$

이므로

$$\angle BAE=3\angle CAD=108°$$

따라서 $\angle CAD=\frac{1}{3}\times 108°=36°$

공학적 도구 활용하기 189쪽

탐구 1 ❶에서 그린 원은 △ABC의 외접원이다.
❷에서 점 D가 ❶의 원 위에 있으면

$$\angle ABC+\angle ADC=180°$$

임을 확인할 수 있다. 또 ❸에서 이 원의 내부에 있는 점 E에 대하여

$$\angle ABC+\angle AEC>180°$$

이고, ❹에서 이 원의 외부에 있는 점 F에 대하여

$$\angle ABC+\angle AFC<180°$$

임을 알 수 있다.
위의 사실로부터 세 점 D, E, F 중에서 점 D만 △ABC의 외접원 위에 있으므로 □ABCD만 한 원에 내접한다. 즉, 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°인 사각형은 원에 내접한다.

탐구 2 (1) $\angle BAC$와 크기가 같은 각은 $\overset{\frown}{BC}$의 원주각인 $\angle BDC$이다.
(2) (1)에서 원의 내부에 있는 점 E에 대해서는 $\angle BEC>\angle BAC$이고, 원의 외부에 있는 점 F에 대해서는 $\angle BFC<\angle BAC$임을 알 수 있다. 따라서 $\angle BAC=\angle BXC$인 점 X는 원 위에 있다. 즉, 사각형 ABCX는 원에 내접한다.

02 원의 접선과 현이 이루는 각 190~193쪽

| 생각 열기 | 점 B가 움직일 때 항상

$$\angle BCA=\angle BAT$$

가 성립함을 알 수 있다.

| 함께하기 | **1** ① $90°$ ② $90°$
2 $\angle BAD$와 $\angle BCD$는 $\overset{\frown}{BD}$에 대한 원주각이므로 $\angle BAD=\angle BCD$
3 $\angle BAT=90°+\angle BAD$
$=90°+\angle BCD=\angle BCA$
이므로 $\angle BAT=\angle BCA$

문제 1 (1) $58°$ (2) $25°$

문제 2 $\angle x=39°$, $\angle y=68°$

문제 3 (1) 직선 AT는 접선이므로

$$\angle BCA=\angle BAT$$

또 $\overline{BC}/\!/\overline{AT}$이므로

$$\angle CBA=\angle BAT \text{ (엇각)}$$

따라서 $\angle BCA=\angle CBA$이므로 △ABC는 이등변삼각형이다.
(2) $60°$

스스로 확인하는 문제 194~196쪽

01 (1) $75°$ (2) $132°$ (3) $40°$
02 $32°$ **03** $65°$
04 $45°$ **05** $40°$
06 (1) 10 (2) 96 **07** $50°$

08 $\angle A=60°$, $\angle B=40°$, $\angle C=80°$

09 $\angle x=32°$, $\angle y=112°$

10 $65°$

11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 □ACDE는 원에 내접하므로 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이다.

즉, $\angle EAC+\angle EDC=180°$

에서

$\angle EAC=180°-\angle EDC$

$=180°-112°=68°$

$\angle BAC+\angle EAC=96°$에서

$\angle BAC=96°-\angle EAC$

$=96°-68°=28°$

한 원에서 같은 호에 대한 중심각의 크기는 원주각의 크기의 2배이므로

$\angle x=2\times 28°=56°$

12 □ABCD는 원 O에 내접하므로 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°이다. 즉, $\angle ADC=180°-\angle x$

한편, 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

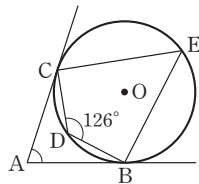
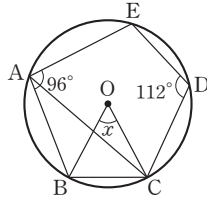
△EBC에서 $\angle ECF=46°+\angle x$

이때 △DCF에서 $\angle CDA=\angle DCF+\angle CFD$이므로

$180°-\angle x=(46°+\angle x)+38°$

$180°-\angle x=\angle x+84°$

$2\angle x=96°$

따라서 $\angle x=48°$

창의적 사고 & 다양한 해결 197쪽

1 • 90, 124, 56

• 62, $\overline{AC}$, 62, 62, 56

2 오른쪽 그림에서 □CDBE는 원에 내접하는 사각형이므로 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이다.

따라서

$\angle CEB=180°-126°=54°$

이고,

$\angle ABC=\angle ACB=\angle BEC=54°$

이므로 △ABC에서

$\angle A=180°-2\times 54°=72°$

단원을 마무리하는 문제 198~201쪽

01 오른쪽 그림에서

$\overline{OC}=\overline{OA}=13\text{ cm}$이므로

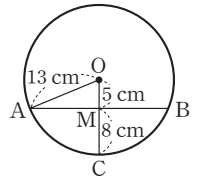
$\overline{OM}=13-8=5\,(\text{cm})$

직각삼각형 OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{13^2-5^2}=12\,(\text{cm})$

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 12=24\,(\text{cm})$

따라서 ④이다.

02 오른쪽 그림에서

$\overline{AB}=14\text{ cm}$이므로

$\overline{OB}=\frac{1}{2}\times 14=7\,(\text{cm})$,

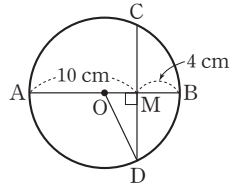
$\overline{OM}=7-4=3\,(\text{cm})$

이때 직각삼각형 ODM에서

$\overline{DM}=\sqrt{7^2-3^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}\,(\text{cm})$

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$\overline{CD}=2\overline{DM}=2\times 2\sqrt{10}=4\sqrt{10}\,(\text{cm})$

따라서 ⑤이다.

03 한 원에서 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같으므로 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다. 따라서

$\angle B=\frac{1}{2}\times(180°-52°)=64°$

04 한 원에서 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같으므로 $\overline{AB}=\overline{CD}=6\text{ cm}$

이때 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 현 AB에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=3\,(\text{cm})$

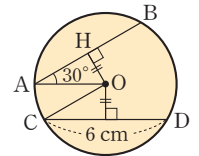
이고, 직각삼각형 AOH에서

$\cos 30°=\frac{\overline{AH}}{\overline{OA}}$이므로

$\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{\overline{OA}}$, $\overline{OA}=3\times\frac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

따라서 원 O의 반지름의 길이가 $2\sqrt{3}\text{ cm}$이므로 넓이는

$\pi\times(2\sqrt{3})^2=12\pi\,(\text{cm}^2)$

그러므로 ③이다.

05 오른쪽 그림과 같이 원 O와 선분 OP의 교점을 M이라 고 하면

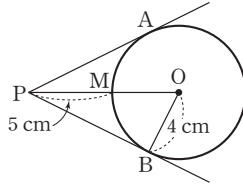
$\overline{OM}=\overline{OB}=4$ cm이므로

$\overline{OP}=5+4=9$ (cm)

이때 △OPB에서

$\overline{PB}=\sqrt{9^2-4^2}=\sqrt{65}$ (cm)

원 밖의 한 점에서 그은 두 접선의 길이는 같으므로

$\overline{PA}=\overline{PB}=\sqrt{65}$ (cm)

06 원 밖의 한 점에서 그은 두 접선의 길이는 같으므로

$\overline{AR}=\overline{AP}=9$ cm,

$\overline{BP}=\overline{BQ}=7$ cm,

$\overline{CQ}=\overline{CR}=12$ cm

따라서 △ABC의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=2(\overline{AP}+\overline{BQ}+\overline{CR})$

$=2(9+7+12)=56$ (cm)

07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$, $\overline{DE}$와 원 O의 접점을 각각 P, Q, R, S라 하고, $\overline{AP}=x$ cm라고 하면

$\overline{AR}=x$ cm이므로

$\overline{BP}=\overline{BQ}=(9-x)$ cm,

$\overline{CR}=\overline{CQ}=(10-x)$ cm

이때 $\overline{BC}=8$ cm이므로

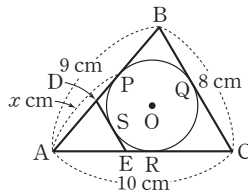
$\overline{BC}=\overline{BQ}+\overline{CQ}=(9-x)+(10-x)=8$

$2x=11$, $x=\frac{11}{2}$

즉, $\overline{AP}=\frac{11}{2}$ cm

한편, $\overline{DE}=\overline{DS}+\overline{ES}$이고 $\overline{DS}=\overline{DP}$, $\overline{ES}=\overline{ER}$이므로

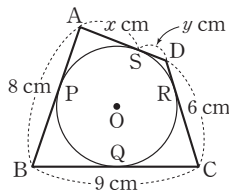
△ADE의 둘레의 길이는

$2\overline{AP}=2\times\frac{11}{2}=11$ (cm)

08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$와 원 O의 접점을 각각 P, Q, R, S라 하고, $\overline{AS}=x$ cm, $\overline{DS}=y$ cm라고 하자.

$\overline{AP}=\overline{AS}=x$ cm이므로

$\overline{BP}=\overline{BQ}=(8-x)$ cm

또 $\overline{DR}=\overline{DS}=y$ cm이므로

$\overline{CR}=\overline{CQ}=(6-y)$ cm

이때 $\overline{BC}=9$ cm이므로

$\overline{BC}=\overline{BQ}+\overline{CQ}=(8-x)+(6-y)=9$

$14-x-y=9$, $x+y=5$

따라서 $\overline{AD}=x+y=5$ (cm)

09 원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle x=180°-130°=50°$

한 호에 대한 원주각의 크기는 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$이므로

$\angle BOD=50°\times2=100°$,

$\angle y=360°-100°=260°$

따라서 $\angle x+\angle y=50°+260°=310°$

그러므로 ②이다.

10 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이고, 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로 $\angle APB=90°$

그런데 △OPA는 $\overline{OP}=\overline{OA}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OPA=\angle OAP=65°$

따라서

$\angle x=\angle APB-\angle OPA=90°-65°=25°$

11 한 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$\angle BCD=\angle BAD=20°$

△BCP에서 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$\angle ABC=20°+31°=51°$

따라서 △BAE에서

$\angle x=20°+51°=71°$

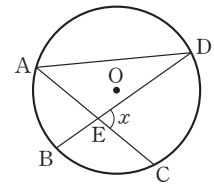
그러므로 ⑤이다.

12 $\overline{AD}$를 긋고 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 E라고 하면

$\angle ADB=180°\times\frac{1}{6}=30°$

$\angle DAC=180°\times\frac{1}{4}=45°$

따라서 △ADE에서 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$\angle x=30°+45°=75°$

13 원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

$\angle BAT=\angle BCA=52°$

따라서 $\angle x=180°-65°-52°=63°$

그러므로 ③이다.

14 원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

$\angle x = \angle BAT = 44°$

$\angle CAB = 180° - (30° + 44°) = 106°$이고, □DCAB는 원 O에 내접하므로

$\angle y + 106° = 180°$, $\angle y = 74°$

따라서 $\angle x + \angle y = 44° + 74° = 118°$

15 원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합은 $180°$이므로

$\angle BCD = 180° - 102° = 78°$,

$\angle CBD = 180° - (38° + 78°) = 64°$

따라서 원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

$\angle DCT = \angle CBD = 64°$

16 원 밖의 한 점에서 그은 두 접선의 길이는 같으므로

$\overline{AB} = \overline{AC}$

즉, △ABC는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180° - 72°) = 54°$

이때 원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

$\angle BDC = \angle CBA = 54°$

또 △DCB는 $\overline{BD} = \overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DBC = \frac{1}{2} \times (180° - 54°) = 63°$

따라서

$\angle ABD = \angle ABC + \angle DBC = 54° + 63° = 117°$

그러므로 ②이다.

17 직각삼각형 OAM에서

$\overline{AM} = \sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}\,(cm)$ ◀ ㉮

이때 $\overline{BM} = \overline{AM} = 4\sqrt{2}$ cm이고, $\overline{BD} = \sqrt{2}$ cm이므로

$\overline{DM} = 4\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3\sqrt{2}\,(cm)$ ◀ ㉯

따라서 직각삼각형 ODM에서

$\overline{OD} = \sqrt{2^2 + (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{22}\,(cm)$ ◀ ㉰

단계	채점 기준	배점
㉮	$\overline{AM}$의 길이 구하기	30 %
㉯	$\overline{DM}$의 길이 구하기	30 %
㉰	$\overline{OD}$의 길이 구하기	40 %

18 □PAOB에서 $\angle OAP = \angle OBP = 90°$이므로

$\angle AOB = 360° - 90° \times 2 - 60° = 120°$ ◀ ㉮

또 직각삼각형 AOP에서

$\overline{OA} = 6 \tan 30° = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}\,(cm)$ ◀ ㉯

따라서 부채꼴 OAB의 넓이는

$\pi \times (2\sqrt{3})^2 \times \frac{120}{360} = 4\pi\,(cm^2)$ ◀ ㉰

단계	채점 기준	배점
㉮	$\angle AOB$의 크기 구하기	30 %
㉯	$\overline{OA}$의 길이 구하기	30 %
㉰	부채꼴 OAB의 넓이 구하기	40 %

19 $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$이고 한 원에서 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$\angle BAC = \angle BDA = 30°$ ◀ ㉮

따라서 △DAB에서

$30° + (67° + 30°) + \angle ABD = 180°$

$\angle ABD = 53°$ ◀ ㉯

단계	채점 기준	배점
㉮	$\angle BAC$의 크기 구하기	50 %
㉯	$\angle ABD$의 크기 구하기	50 %

20 △ADF는 $\overline{AD} = \overline{AF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ADF = \frac{1}{2} \times (180° - 46°) = 67°$ ◀ ㉮

$\angle DEF = \angle ADF = 67°$ ◀ ㉯

따라서 △DEF에서

$\angle EDF = 180° - (67° + 50°) = 63°$ ◀ ㉰

단계	채점 기준	배점
㉮	$\angle ADF$의 크기 구하기	30 %
㉯	$\angle DEF$의 크기 구하기	30 %
㉰	$\angle EDF$의 크기 구하기	40 %

VI 통계

1 대푯값과 산포도

준비 학습 206쪽

1 (1) 8　　(2) 7.8개

01 대푯값　207~210쪽

| 생각 열기 | **1.** 9점　　**2.** 6

문제 1 (1) 19　　(2) 27

문제 2 (1) 평균: 632.8명/km^2, 중앙값: 72명/km^2

(2) 예시 싱가포르의 인구 밀도는 다른 나라들에 비해 매우 높고, 캐나다와 오스트레일리아의 인구 밀도는 다른 나라들에 비해 매우 낮으므로 APEC 회원국 15개 국가의 인구 밀도의 대푯값으로 적절한 것은 중앙값이다.

| 생각 열기 | **1.** 평균: 254 mm, 중앙값: 255 mm

2. 260 mm

문제 3 (1) 5　　(2) 28, 35　　(3) 빨강

문제 4 (1) 7 ℃　　(2) 7 ℃

| 생각이 크는 수학 |

(1) 예시 중앙값: 4권, 변량 중에 매우 큰 값이 있기 때문이다.

(2) 예시 평균: 87점, 변량 중에 매우 크거나 매우 작은 값이 없기 때문이다.

(3) 예시 최빈값: 240 mL, 가장 많이 팔린 우유의 용량을 조사하는 것이 필요하기 때문이다.

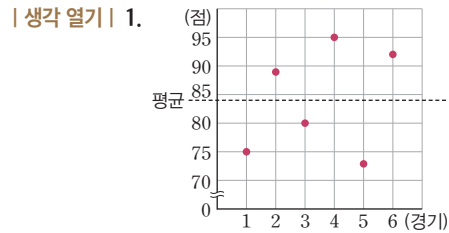
알콩달콩 수학+　211쪽

(1) 중국의 수출액은 22804억 달러로 다른 국가들에 비하여 너무 크고, 브루나이의 수출액은 56억 달러로 너무 작으므로 이상점이다.

(2) 평균은 약 4766억 달러이고, 중앙값은 2311억 달러이다. 중국의 수출액은 매우 높고, 브루나이의 수출액은 매우 낮으므로 수출액의 대푯값으로 평균보다 중앙값이 적절하다.

(3) 최댓값과 최솟값을 제외한 변량들의 평균은 약 3741억 달러이고, 중앙값은 2311억 달러이다. (2)에서 구한 값과 비교하면 중앙값은 같고, 평균과 중앙값의 차이는 크게 줄었다.

02 산포도　212~215쪽

| 생각 열기 | **1.**

2. A 팀

| 함께하기 | **1** 평균: 8개

줄넘기의 판매량　(단위: 개)

판매량	7	11	9	6	10	8	5
편차	−1	3	1	−2	2	0	−3

2 0

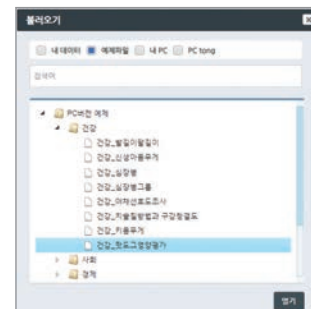
문제 1 분산: 82.4, 표준편차: 9분

문제 2 정미

| 생각이 크는 수학 |

지훈이의 말이 잘못되었고, 색상의 만족도의 분산은 $\frac{8}{5}$이다.

공학적 도구 활용하기　216쪽

탐구 예시 ❶ 다음 그림과 같이 통그라미를 열고 불러오기에서 예제 파일의 '건강>건강_핫도그영양평가' 파일을 불러온다.

❷ 메뉴에서 '통계>기초 통계량'을 클릭하여 분석 변수에 'V2: 칼로리'를 추가한다.

❸ ‘확인’을 클릭하면 다음과 같이 핫도그의 칼로리에 대한 기초 통계량을 분석한 결과가 나타난다.

칼로리

분석변수	칼로리

자료수	54	결측값수	0	합	7854.00
평균	145.44	중앙값	145.00	최빈값	135.00
최솟값	86.00	최댓값	195.00		
분산(n)	847.40	표준편차(n)	29.11		

❹ 위의 표에서 평균은 145.44, 중앙값은 145, 최빈값은 135임을 알 수 있다. 또 분산은 847.40, 표준편차는 29.11이다.

스스로 확인하는 문제 217~219쪽

01 (1) 11 (2) 1

02 (1) 5 (2) 3

03 (1) 10회 (2) $-3, -1, 3, 0, -2, 3$

(3) 분산: $\frac{16}{3}$, 표준편차: 2.3회

04 평균: 26.4개, 중앙값: 25개, 최빈값: 25개

05 중앙값: 25개, 최빈값: 24개, 34개

06 10 **07** 9분

08 (1) 0 (2) 분산: 10, 표준편차: $\sqrt{10}$

09 (1) 득점의 표준편차: 1.5점, 실점의 표준편차: 0.6점

(2) 득점

10 (가)에서 5, 8, 13, 15, a의 중앙값은 8이므로

$a \le 8$

(나)의 5개의 자료 2, 15, a, b, 14에서 b를 제외한 나머지 자료를 작은 값부터 순서대로 나열하면 2, a, 14, 15 이거나 a, 2, 14, 15이다.

이때 중앙값이 12이므로 $b=12$이다.

또 (나)의 5개의 자료 2, 15, a, 12, 14의 평균은

$$\frac{2+15+a+12+14}{5}=\frac{43+a}{5}$$

이므로 $\frac{43+a}{5}=b-2=10$에서 $a=7$이다.

11 $(\text{평균})=\frac{1}{5}\{a+4+(2a+4)+(a+4)+(a+3)\}$

$=\frac{1}{5}(5a+15)=a+3$

이므로

$(\text{분산})=\frac{1}{5}\{(-3)^2+(1-a)^2+(a+1)^2+1^2+0^2\}$

$=\frac{2a^2+12}{5}$

즉, $\frac{2a^2+12}{5}=4$이므로 $a^2=4$

$a>0$이므로 $a=2$

12 자료 ‘a, b, c’에서

$(\text{평균})=\frac{a+b+c}{3}=10$이므로

$a+b+c=30$

$(\text{분산})=\frac{1}{3}\{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2\}=6$

이므로

$(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2=18$

자료 ‘9, a, b, c, 11’에서

$(\text{평균})=\frac{1}{5}(9+a+b+c+11)$

$=\frac{1}{5}(9+30+11)=10$

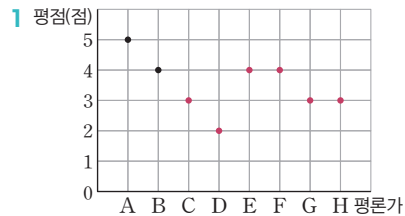
$(\text{분산})=\frac{1}{5}\{(-1)^2+(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+1^2\}$

$=\frac{1}{5}(1+18+1)=4$

따라서 구하는 표준편차는 $\sqrt{4}=2$이다.

2 상관관계

준비 학습 220쪽

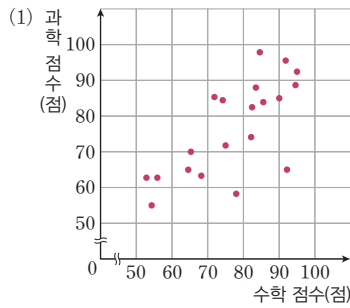
1

01 산점도와 상관관계 221~225쪽

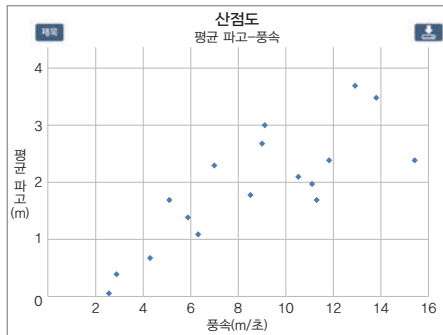
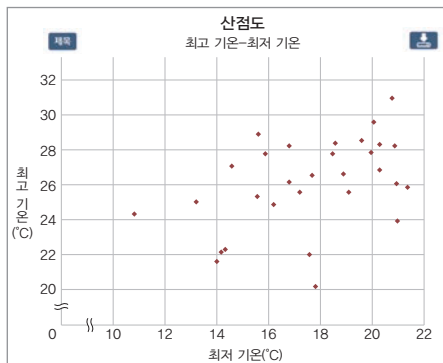
| 생각 열기 | **1.** 더블린, 모스크바, 오슬로, 헬싱키,
14.2 °C, 18.6 °C, 14.6 °C, 15.7 °C

2. 방콕, 콜카타, 홍콩, 29.2 °C, 28.8 °C, 29.4 °C

3. 위도가 높은 도시의 평균 기온이 대체로 낮고, 위도가 낮은 도시의 평균 기온은 대체로 높다.

문제 1 (1)

과학 점수(점)
100
90
80
70
60
50
0
50 60 70 80 90 100
수학 점수(점)

(2) 양의 상관관계

| 함께하기 | 1, 2

문제 2 (1) 예시 2018년 9월 서울의 일별 최저 기온과 최고 기온을 조사하여 통그라미에 입력하고, 산점도를 그리면 다음과 같다.

(2) 예시 최저 기온과 최고 기온 사이에 양의 상관관계가 있음을 알 수 있다.

| 생각이 크는 수학 |

1 양의 상관관계

2 $\frac{5}{7}$

3 1

알콩달콩 수학+ 226~227쪽

활동 1 예시 [1] 조사할 주제: 우리 반 학생들의 스마트폰 사용 시간과 독서 시간

[2] 주제를 선정한 이유: 스마트폰 사용 시간이 많으면 그만큼 독서를 하는 데 방해가 되지 않을까 생각되어 조사하게 되었다.

[3] 예측되는 결과: 스마트폰 사용 시간과 독서 시간 사이에 음의 상관관계가 있을 것이다.

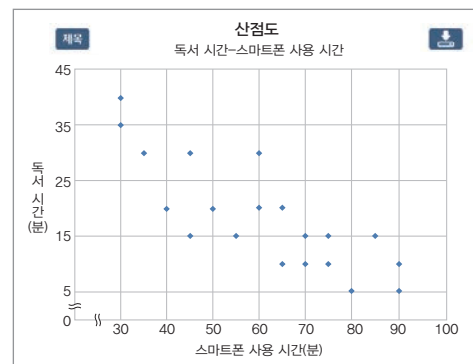
활동 2 예시 [1] 우리 반 학생들을 대상으로 다음과 같은 설문 조사를 한다.

– 설문 조사 대상: 우리 반 학생 전체
– 설문의 내용: 하루 동안의 스마트폰 사용 시간과 독서 시간
– 설문의 작성자: ○○○, ○○○
– 설문의 조사원: ○○○, ○○○

[2] 정리 방법: 설문을 진행하면서 수집된 자료는 컴퓨터 프로그램을 이용하여 표로 정리할 것이다.

활동 3 예시 활동 2에서 수집한 자료를 표와 산점도로 나타내면 다음과 같다.

스마트폰 사용 시간과 독서 시간

번호	스마트폰 사용(분)	독서(분)	번호	스마트폰 사용(분)	독서(분)
1	30	40	11	65	10
2	35	30	12	85	15
3	55	15	13	75	15
4	80	5	14	65	20
5	40	20	15	70	15
6	60	20	16	90	5
7	45	15	17	90	10
8	30	35	18	60	30
9	75	10	19	45	30
10	50	20	20	70	10

활동 4 예시 **활동 3**에 의하여 얻어진 표와 산점도로부터 스마트폰 사용 시간과 독서 시간 사이에 음의 상관관계가 있음을 알 수 있다.
처음의 예측은 ‘스마트폰 사용 시간과 독서 시간 사이에 음의 상관 관계가 있을 것이다.’이었으므로 이 예측이 맞았다.

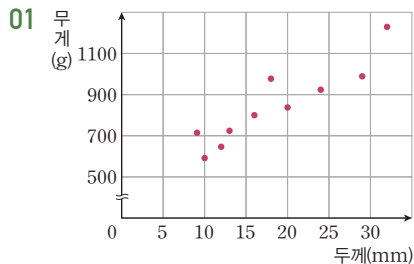
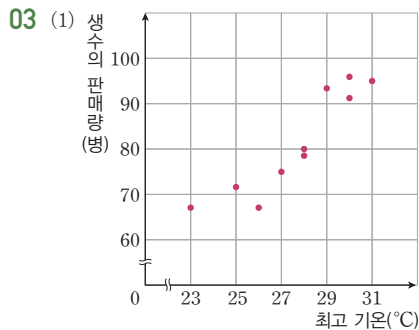
활동 5 예시 앞의 활동을 통해 알게 된 내용을 다음과 같은 순서로 정리하여 통계 포스터를 만든다.

1. 조사 주제
2. 주제를 선정한 이유
3. 자료 수집 방법
4. 정리 방법
5. 표와 산점도
6. 결론

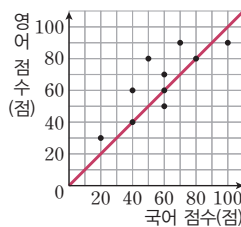
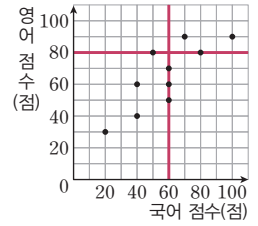
스스로 확인하는 문제 228~229쪽

01

02 ㄱ, ㄹ

03 (1)

(2) 양의 상관관계

04 (1) 양의 상관관계 (2) C

05 (1) 오른쪽 산점도에서 직선보다 아래쪽에 있는 점에 해당하는 학생은 국어 점수가 영어 점수보다 높다. 따라서 국어 점수가 영어 점수보다 높은 학생은 2명이므로 그 비율은 $\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

(2) 오른쪽 그림에서 국어 점수가 60점 이상인 학생은 6명이고, 이 중에서 영어 점수가 80점 이상인 학생은 3명이므로 그 비율은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

단원을 마무리하는 문제 230~233쪽

01 변량이 5개이므로 주어진 자료의 중앙값은 8이고

$$(\text{평균})=\frac{1}{5}(3+6+8+10+x)=\frac{1}{5}(27+x)$$

이때 평균과 중앙값이 같으므로

$$\frac{1}{5}(27+x)=8,\quad 27+x=40$$

따라서 $x=13$

그러므로 ④이다.

02 5의 도수가 4로 가장 크므로 최빈값은 5이다.
따라서 ①이다.

03 ④ 32가 다른 변량보다 훨씬 크므로 평균은 이 변량에 영향을 받는다. 따라서 이 자료에서는 중앙값이 평균보다 자료의 중심적인 경향을 더 잘 나타낸다.
따라서 ④이다.

04 ① A 역의 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

4, 6, 6, 6, 8

이므로 중앙값과 최빈값은 6분으로 같다. (참)

② B 역의 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

4, 4, 5, 7, 10

이므로 중앙값은 5분이고, 평균은

$$\frac{1}{5}(4+4+5+7+10)=6(\text{분})$$

즉, B 역의 자료의 평균은 중앙값보다 크다. (참)

③ B 역의 자료의 최빈값은 4분이므로 최빈값은 1개이다. (참)

④ A 역의 자료의 평균은

$$\frac{1}{5}(8+6+4+6+6)=6(\text{분})$$

이므로 A 역과 B 역의 자료의 평균은 서로 같다. (참)

⑤ A 역과 B 역의 자료의 중앙값은 각각 6분, 5분이므로 서로 같지 않다. (거짓)

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

05 최빈값이 7이려면 $a+4=7$ 또는 $3a+1=7$이어야 한다.

(ⅰ) $a+4=7$, 즉 $a=3$일 때,
주어진 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면
7, 7, 7, 9, 9, 10, 10
이고, 이때 중앙값은 9이다.
(ⅱ) $3a+1=7$, 즉 $a=2$일 때,
주어진 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면
6, 7, 7, 7, 9, 9, 10
이고, 이때 중앙값은 7이다.
(ⅰ)과 (ⅱ)에서 $a=3$
따라서 ②이다.

06 변량이 24개이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 순서대로 나열했을 때 12번째 값과 13번째 값의 평균인

$$\frac{3+4}{2}=3.5(\text{회})$$

이므로 $a=3.5$
최빈값은 도수가 가장 큰 변량인 3회이므로
$b=3$
따라서 $a+b=3.5+3=6.5$

07 $(\text{평균})=\frac{1}{7}(10+9+8+6+11+7+5)=8$
따라서 변량 6의 편차는 $6-8=-2$
그러므로 ①이다.

08 ① 이 자료의 중앙값은 6이다. (참)
② 이 자료의 최빈값은 7이다. (참)
③ $(\text{평균})=\frac{1}{7}(4+5+6+6+7+7+7)=6$ (거짓)
④ 각 변량의 편차는 순서대로
$-2, -1, 0, 0, 1, 1, 1$
이므로 편차의 합은 0이다. (참)
⑤ $(\text{분산})=\frac{1}{7}\{(-2)^2+(-1)^2+0^2+0^2+1^2+1^2+1^2\}$
$=\frac{8}{7}$
이므로 $(\text{표준편차})=\sqrt{\frac{8}{7}}=\frac{2\sqrt{14}}{7}$ (거짓)
따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

09 $(\text{평균})=\frac{1}{4}\{(a-1)+(a+2)+(a+3)+(a+4)\}$
$=a+2$
따라서 $(\text{분산})=\frac{1}{4}\{(-3)^2+0^2+1^2+2^2\}=\frac{7}{2}$
그러므로 ④이다.

10 $(\text{평균})=\frac{1}{5}(7+4+3+6+5)=5$이므로
$(\text{분산})=\frac{1}{5}\{2^2+(-1)^2+(-2)^2+1^2+0^2\}=2$
따라서 표준편차는 $\sqrt{2}$이다.
그러므로 ①이다.

11 자료 'a, b, c'의 평균이 0이므로
$(\text{분산})=\frac{1}{3}(a^2+b^2+c^2)=1$
즉, $a^2+b^2+c^2=3$
자료 'd, e, f'의 평균이 0이므로
$(\text{분산})=\frac{1}{3}(d^2+e^2+f^2)=2$
즉, $d^2+e^2+f^2=6$
따라서 자료 'a, b, c, d, e, f'의 평균도 0이므로
$(\text{분산})=\frac{1}{6}(a^2+b^2+c^2+d^2+e^2+f^2)$
$=\frac{1}{6}(3+6)=\frac{3}{2}$

12 $(\text{평균})=\frac{1}{5}(2+a+4+b+6)=4$이므로
$a+b=8$
(표준편차)
$=\sqrt{\frac{1}{5}\{(-2)^2+(a-4)^2+0^2+(b-4)^2+2^2\}}$
$=\sqrt{2}$
이므로
$\frac{1}{5}(a^2-8a+b^2-8b+40)=2$
즉, $a^2+b^2-8(a+b)=-30$
$a+b=8$을 대입하면 $a^2+b^2-64=-30$
따라서 $a^2+b^2=34$
그러므로 ⑤이다.

13 $(\text{평균})=\frac{1}{10}(1\times1+2\times2+3\times3+4\times4+5\times0)$
$=3(\text{점})$
이므로 변량 1, 2, 3, 4, 5의 편차는 순서대로
$-2, -1, 0, 1, 2$
이때 편차가 $-2, -1, 0, 1, 2$인 변량의 수가 각각 1, 2, 3, 4, 0이므로
(분산)
$=\frac{1}{10}\{(-2)^2+(-1)^2\times2+0^2\times3+1^2\times4+2^2\times0\}$
$=1$
따라서 표준편차는 $\sqrt{1}=1(\text{점})$이다.

14 ① 산점도가 산포도를 그래프로 나타낸 것은 아니다.
② 산점도로는 두 변량의 평균 사이에 어떤 관계가 있는지 확인할 수 없다.

③, ⑤ 점들이 한 직선에 가까이 분포된 산점도 중에는 음의 상관관계를 나타내거나 상관관계가 없는 것을 나타내는 것도 있다.

④ 음의 상관관계를 나타내는 산점도는 점들이 기울기가 음수인 한 직선에 가까이 분포되어 있다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

15 15명 중에서 왼쪽 눈의 시력이 오른쪽 눈의 시력보다 좋은 학생은 5명이므로 그 비율은

$\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$

따라서 ①이다.

16 평균을 구하면

$\frac{1}{10}(10+8+11+5+11+7+5+8+7+78)$

$=15$(회)

중앙값은 $\frac{8+8}{2}=8$(회)

최빈값은 5회, 7회, 8회, 11회이다. ◀ ㉮

78이 다른 변량들에 비해 매우 크므로 평균은 대푯값으로 적절하지 않고, 최빈값은 4개나 있으므로 자료의 중심 경향을 나타내는 대푯값으로 가장 적절한 것은 중앙값이다. ◀ ㉯

단계	채점 기준	배점
㉮	자료의 평균, 중앙값, 최빈값 각각 구하기	60 %
㉯	대푯값으로 가장 적절한 것 고르기	40 %

17 $(\text{평균})=\frac{1}{5}\{2+2a+(a-1)+(a+4)+a\}=a+1$

각 변량의 편차는 순서대로

$1-a,\ a-1,\ -2,\ 3,\ -1$

이므로

$(\text{분산})=\frac{1}{5}\{(1-a)^2+(a-1)^2+(-2)^2+3^2+(-1)^2\}$

$=\frac{1}{5}(2a^2-4a+16)$ ◀ ㉮

즉, $\frac{1}{5}(2a^2-4a+16)=3.2$이므로 $a(a-2)=0$

$a>0$이므로 $a=2$ ◀ ㉯

따라서 평균은 $a+1=3$ ◀ ㉰

단계	채점 기준	배점
㉮	자료의 평균과 분산을 각각 a에 대한 식으로 나타내기	60 %
㉯	a의 값 구하기	20 %
㉰	자료의 평균 구하기	20 %

18 (1) A 팀과 B 팀의 득점의 평균은 각각

A 팀: $\frac{1}{6}(8+10+9+7+13+13)=10$(점)

B 팀: $\frac{1}{6}(9+9+10+12+11+9)=10$(점)

◀ ㉮

이므로 A 팀과 B 팀의 득점의 분산은 각각

A 팀: $\frac{1}{6}\{(-2)^2+0^2+(-1)^2+(-3)^2+3^2+3^2\}$

$=\frac{16}{3}$

B 팀: $\frac{1}{6}\{(-1)^2+(-1)^2+0^2+2^2+1^2+(-1)^2\}$

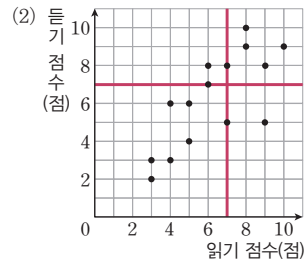
$=\frac{4}{3}$ ◀ ㉯

(2) 두 팀의 득점의 평균은 같고, B 팀의 득점의 분산이 더 작으므로 월별 득점이 더 고른 것은 B 팀이다. ◀ ㉰

단계		채점 기준	배점
(1)	㉮	두 팀의 득점의 평균 각각 구하기	40 %
	㉯	두 팀의 득점의 분산 각각 구하기	40 %
(2)	㉰	월별 득점이 더 고른 팀 말하기	20 %

19 (1) 주어진 산점도에서 듣기 점수가 8점인 사람이 3명으로 가장 많다.

따라서 최빈값은 8점이다. ◀ ㉮

(2)

위의 그림에서 읽기 점수와 듣기 점수가 모두 7점 이상인 사람은 5명이다. ◀ ㉯

따라서 전체 응시자 중에서 합격자의 비율은

$\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$ ◀ ㉰

단계		채점 기준	배점
(1)	㉮	듣기 점수의 최빈값 구하기	50 %
(2)	㉯	합격자의 수 구하기	30 %
	㉰	전체 응시자 중 합격자의 비율 구하기	20 %